

2015-08-19 GFDセミナー一分科会 こねた

# 準地衡PVの使い道あれこれ

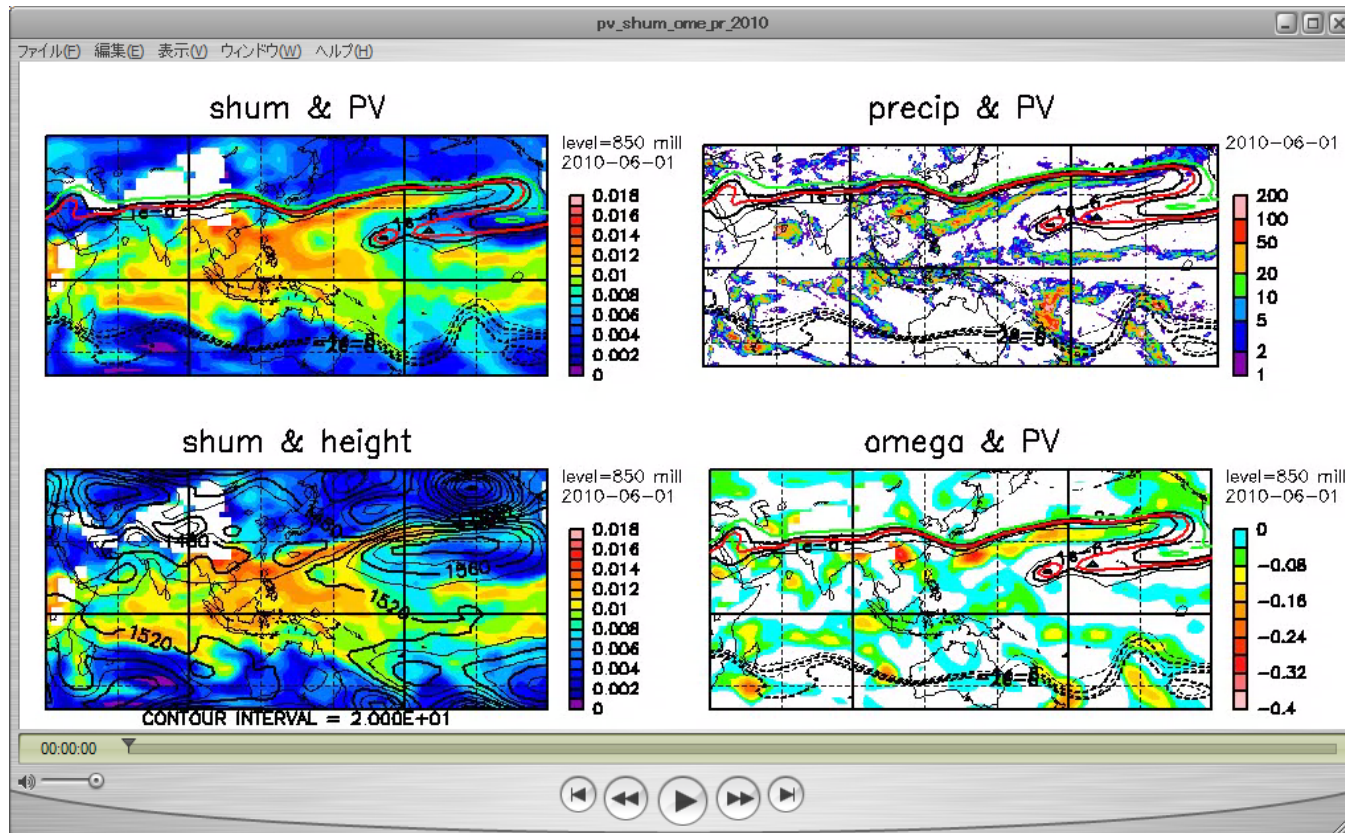
(中緯度の夏季の総観規模の水輸送・降水の研究に関連して)

堀之内 武 (北大・地球環境)

Ref: Horinouchi (2014) <http://doi.org/10.2151/jmsj.2014-602>

# アニメ: 350KのPVと, 850hPaの比湿, ハイト, $\omega$ , 地表での降水の対応

- 2010年夏



- 2011年夏, 2012年夏, ...

# QG PVの拡張(上下端の扱い)

- [通常] log- $p$ 座標( $z = -H \ln(p/p_0)$ )で,

$$q = f + \Delta_H \psi + \rho^{-1}(\rho \epsilon \psi_z)_z$$

$$\psi = f_0^{-1}(\Phi - \Phi_{\text{ref}}(z)) \quad (\text{準地衡流線関数})$$

$q$ を与えて $\psi$ の解を求める場合(楕円型境界値問題),  
上下の境界ではその場の温度( $\propto \psi_z$ )に合うようにする  
 $\Rightarrow q = 0$ でも回転可(境界の温度偏差 $\sim$ PV偏差)。

- [Bretherton, 1966] 上下端の効果とりこみ:

$$\tilde{q} = q + \delta(z)\epsilon\psi_z - \delta(z - z_t)\epsilon\psi_z$$

- [今回] 上下端で $\psi_z = 0$ となる不連続を導入すると, 再びもとの形で表せる(不連続の微分 $\Rightarrow$  $\delta$ 関数)。

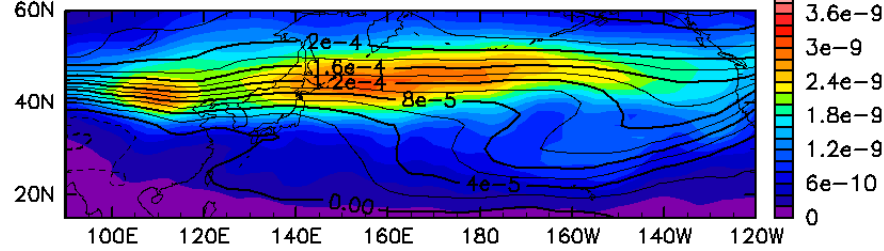
$$\tilde{q} = f + \Delta_H \psi + \rho^{-1}(\rho \epsilon \psi_z)_z$$

上下の境界条件はノイマン条件  $\psi_z = 0$  ("等温")。

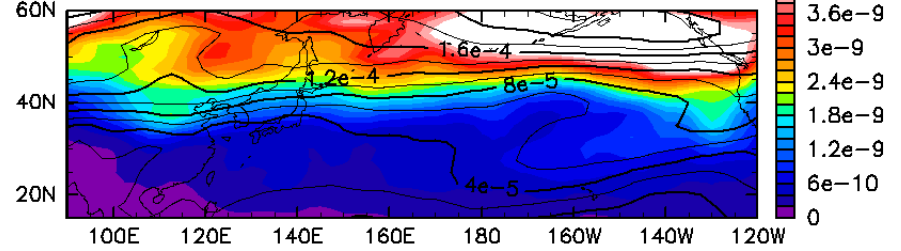
支配方程式ももと通り。本研究では常に $\tilde{q}$ を使う( $q$ と書いてあっても)。

# 7,8月の15日周期以下の $\overline{q'^2}/2$ (色)と $\bar{q}$ (コンター)

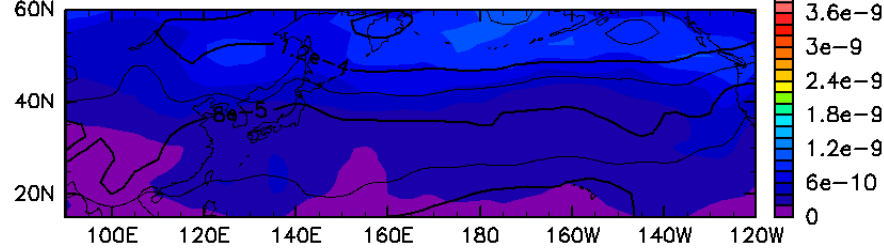
(a) ens' & mean q 200hPa



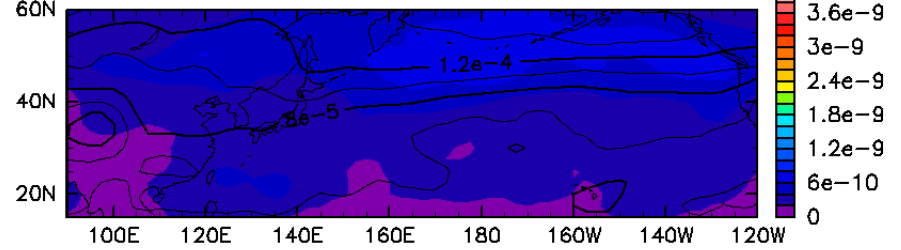
(b) ens' & mean q 300hPa



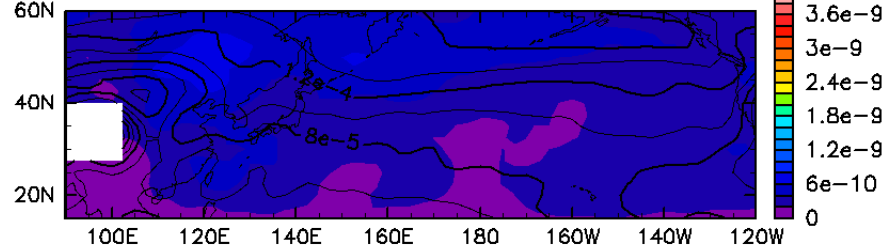
(c) ens' & mean q 400hPa



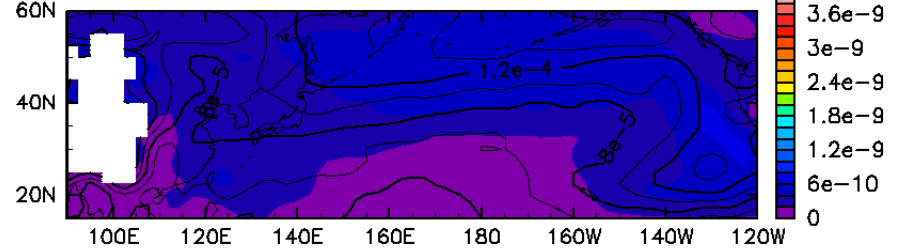
(d) ens' & mean q 500hPa



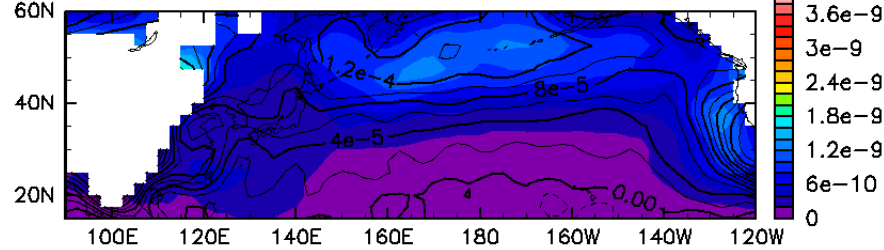
(e) ens' & mean q 700hPa



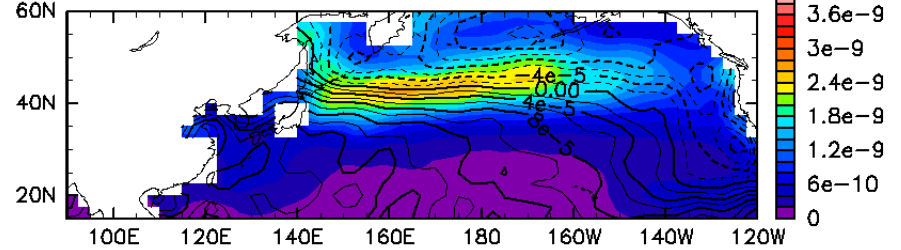
(f) ens' & mean q 850hPa



(g) ens' & mean q 925hPa



(h) ens' & mean q 1000hPa



# 擾乱のポテンシャルエンストロフィーの式

$$\underbrace{(\partial_t + \overline{u_g} \partial_x + \overline{v_g} \partial_y)}_{\text{移流}} \left( \frac{q'^2}{2} \right) = \underbrace{-\overline{q_y v' q'} - \overline{q_x u' q'}}_{\text{遠隔作用}} + \text{非保存項}$$

- 擾乱: 本研究では2~15日周期成分。
- $\overline{v' q'}$ ,  $\overline{u' q'}$  中の  $v'$ ,  $u'$  : 特定の高度帯の  $q'$  から PPVI で求める  $\Rightarrow$  そこからのエンストロフィー強制。
- 本研究では  $q$  に上下境界効果取込 ( $\therefore$  ノイマン条件)。

鉛直1次元の Green関数を使うと水平領域平均  $\langle \rangle$  なら

$$\langle \overline{v' q'} \rangle = \text{Re} \sum_{k,l} \int_0^{z_t} \underbrace{ikG(z, z'; k, l)q(z'; k, l)}_{v'(z)\text{より}} q^*(z; k, l) dz'$$

の形に(Robinson, 1989) ( $z_t$ : 上端,  $z$ : log-p高度)。  $\Rightarrow$  ポテンシャルエンストロフィーは異なる高度間の相互作用検討に適。

# Robinson (1989, *Tellus*)

An equation for the perturbation energy per unit area is obtained from multiplying (1) by the perturbation streamfunction,  $\psi$ , and integrating over the mass of the domain,

$$E_t = -(1/L) \int_0^\infty \int_{-L/2}^{L/2} dy dz \bar{u} F, \quad (5)$$

where the energy,  $E$ , is given by,

$$E = (1/L) \int_0^\infty \int_{-L/2}^{L/2} dy dz \rho/2 [u^2 + v^2 + \epsilon \psi_z^2]. \quad (6)$$

$F$  is the mass weighted zonally averaged northward flux of potential vorticity,

$$F = \rho \bar{v} \bar{q} + \delta(z) \rho \overline{v \psi_z}, \quad (7)$$

where  $\delta$  is the delta function. Similarly, the evolution of the perturbation potential enstrophy,  $Q$ , per unit area at any level is obtained by multiplying (1) by the eddy potential vorticity and integrating,

$$Q_t(z) = -(1/L) \int_{-L/2}^{L/2} dy \bar{q}_y F / \rho, \quad (8)$$

where  $Q$  is given by,

$$Q = (1/L) \int_{-L/2}^{L/2} dy \bar{q}^2 / 2. \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \rho(z) G_k(z, z') \\ & = \rho(z) \delta(z - z'), \end{aligned} \quad (11)$$

where  $K^2 = k^2 + l^2$ . Then the contribution to the flux at  $z$  induced by potential vorticity at  $z'$  is given by,

$$\Delta F(z, z') = \rho(z) G_k(z, z') \overline{q(z) q_x(z')}, \quad (12)$$

where

$$F(z) = \int_0^\infty dz' \Delta F(z, z').$$

The differential operator in (11) is self-adjoint, so that,

$$\rho(z) G_k(z, z') = \rho(z') G_k(z', z). \quad (13)$$

Using the identity,  $a_x \bar{b} = -a \bar{b}_x$ , then yields the principal result,

$$\Delta F(z, z') = -\Delta F(z', z). \quad (14)$$

The northward flux of potential vorticity induced at some level by potential vorticity at some other level is equal and opposite to the flux at the latter level induced by the potential vorticity at the former level. More generally, this result holds for the interaction between different latitudes as well as different altitudes, and there is no requirement that the disturbance be wavelike or that its

# Robinson (1989, *Tellus*)

## チャーニーモード

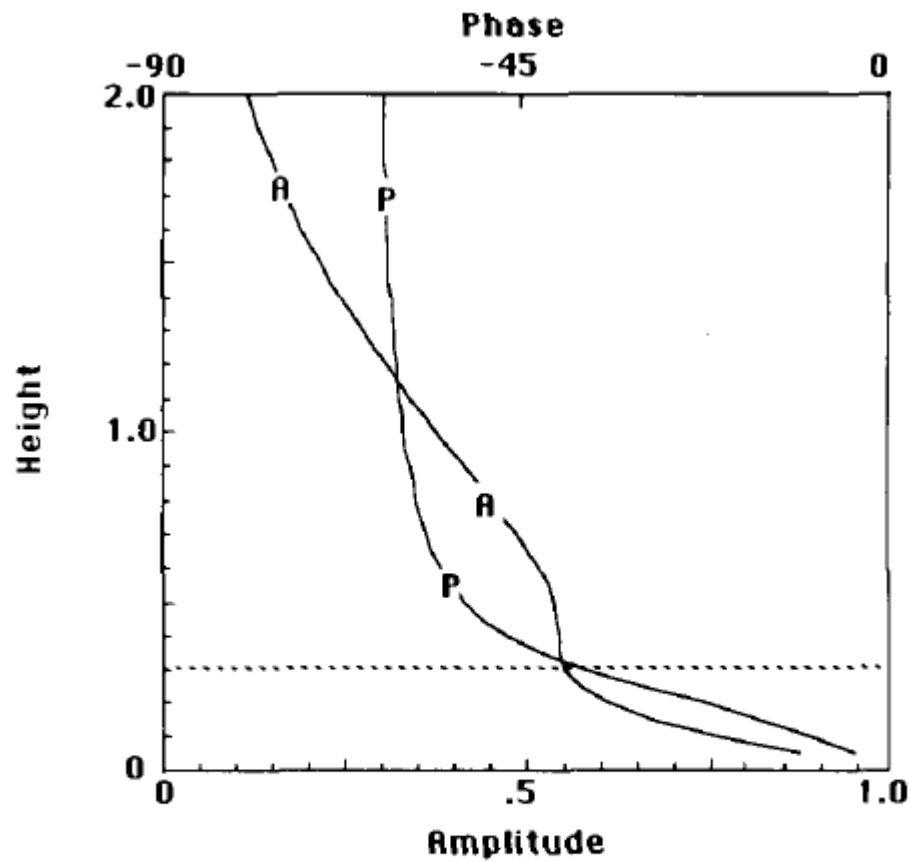


Fig. 1. Amplitude, curve "A", and phase (in degrees), curve "P", of the streamfunction for the  $k=2$  Charney mode in a mean flow with  $\bar{u}=z$ . The dashed line indicates the steering level.

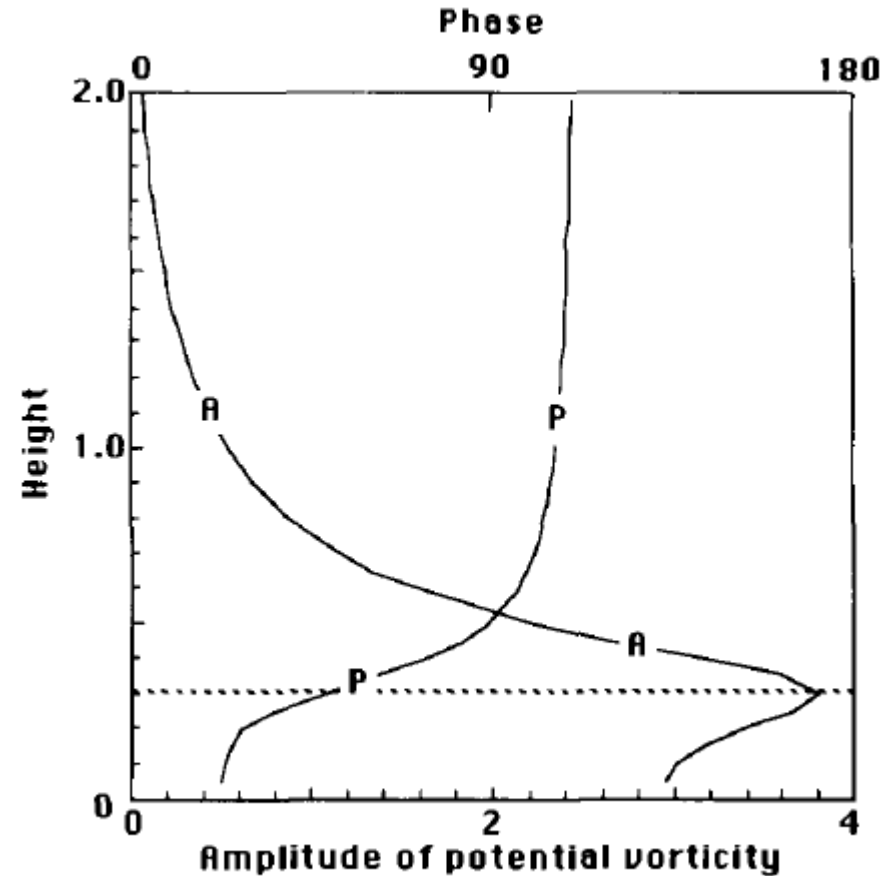


Fig. 2. As in Fig. 1, but for the potential vorticity.

# Robinson (1989, *Tellus*)

## チャーニーモード

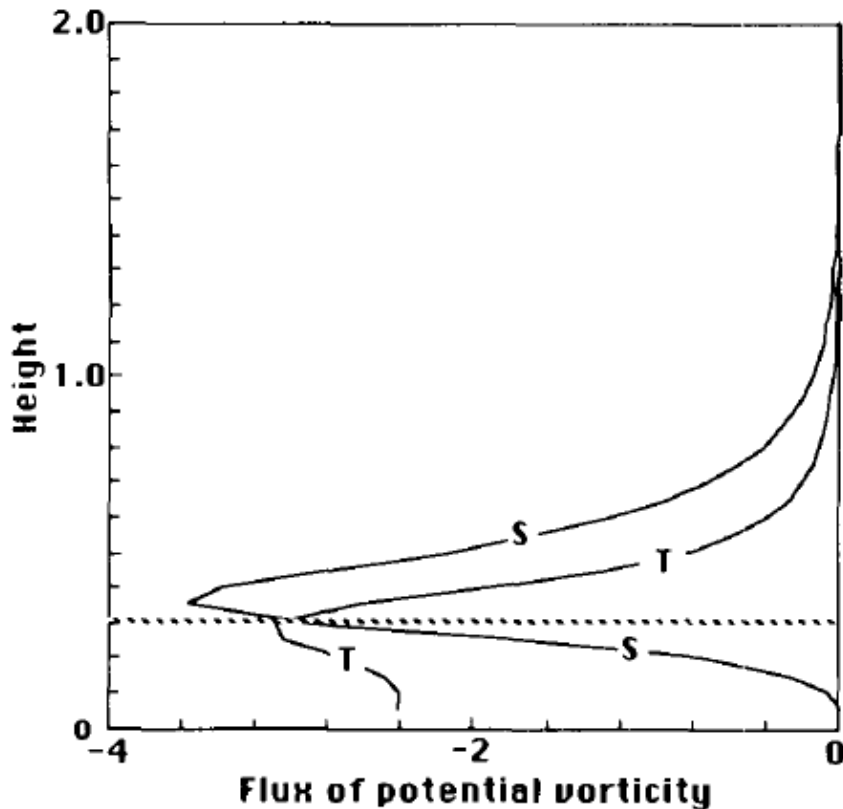


Fig. 3. The mass weighted meridional flux of potential vorticity,  $F$ , for the  $k=2$  Charney mode. Curve "T" shows the total flux and curve "S" shows that induced by the surface. The dashed line indicates the steering level.

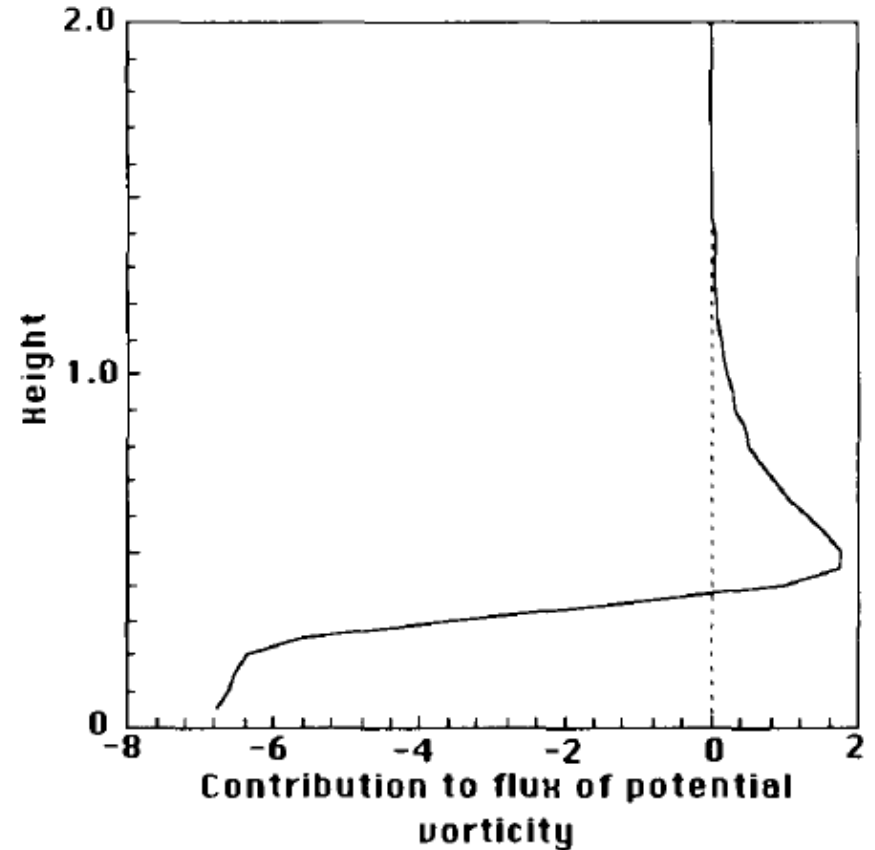


Fig. 4.  $\Delta F(z, 3.5)$ , the contribution of potential vorticity at  $z = 3.5$  to  $F(z)$ , for the  $k=2$  Charney mode.

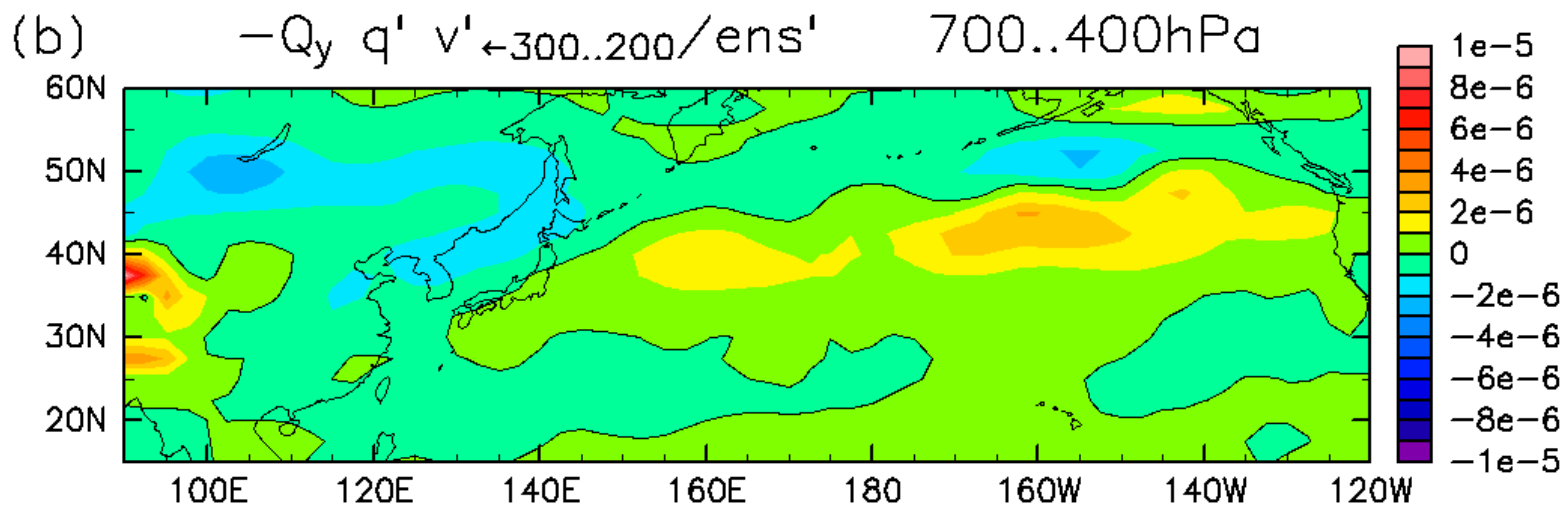
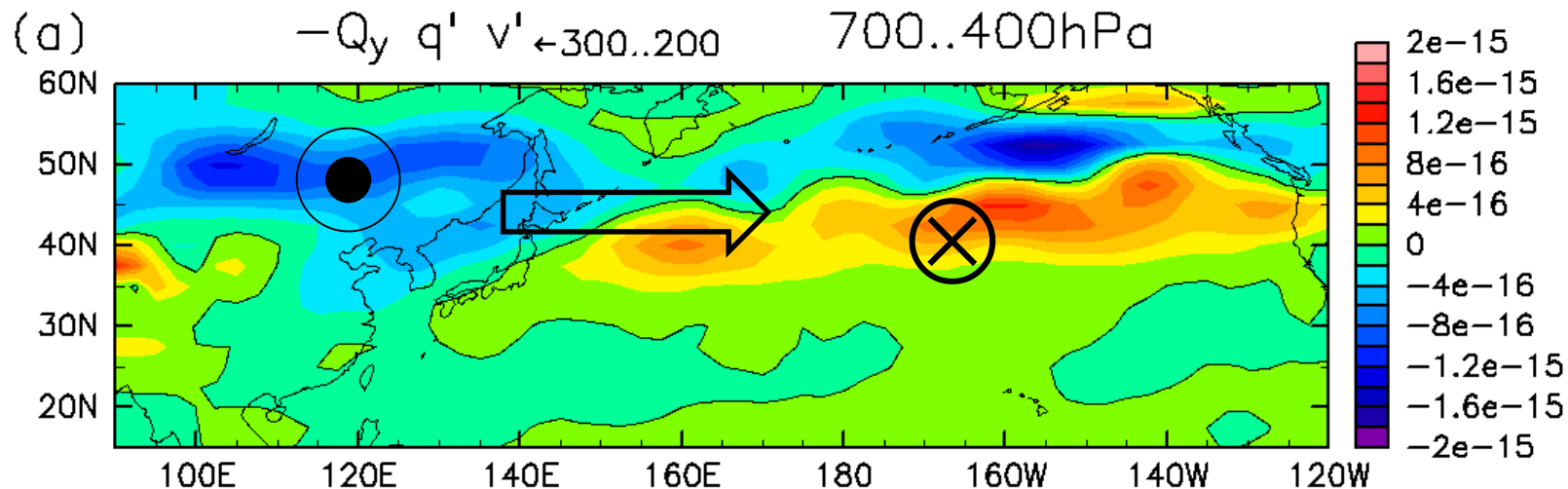
負:ポテンシャルエンストロフィーを増やす強制



# 準地衡 Piecewise PV inversion の実装

- 水平はフーリエ変換 (東西はサイクリック, 南北は tapering & sine 変換)
- 鉛直は解析的な Green 関数 (鉛直一次元, ノイマン条件) を求めて使用: 数値積分。
  - $\beta$ 面, 基準緯度 35N。Log-p 浮力振動数定数。
  - 有限差分でノイマン条件: 境界の  $\delta$  関数は有限に
- “Piecewise” = 特定の高度範囲の  $\tilde{q}$  だけを用いて,  $\psi$  を求める。
- (実空間に戻す: フーリエ逆変換)

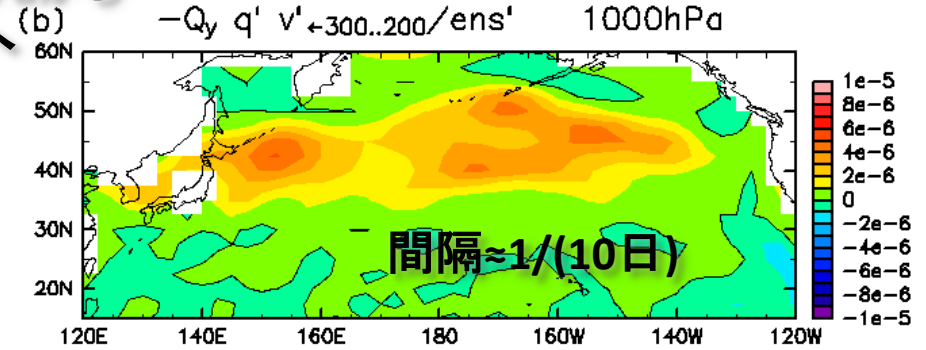
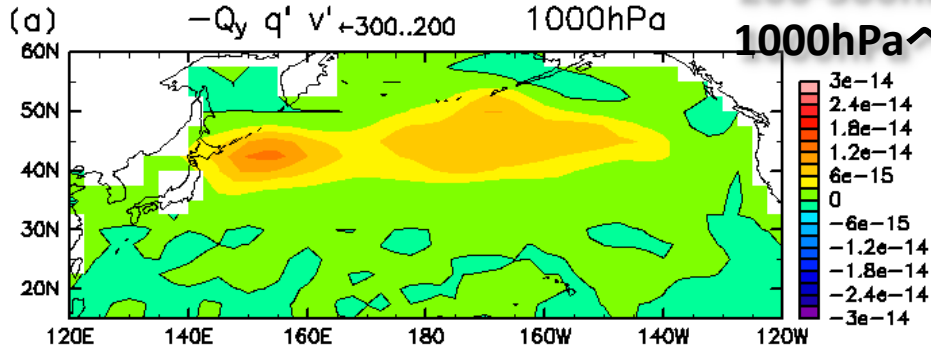
200-300 hPaの $q'$ による700-400 hPaのエントロピー強制  
 上:  $-\overline{q_y v' q'}$  ( $s^{-3}$ ), 下: それを $q'^2/2$ で割った時間変化率( $s^{-1}$ )



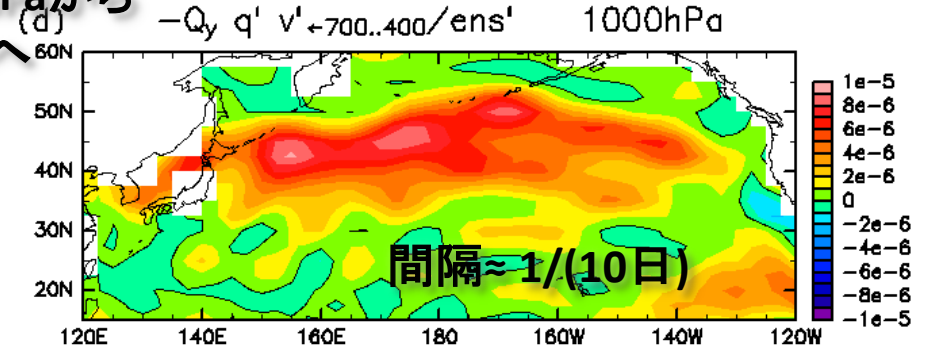
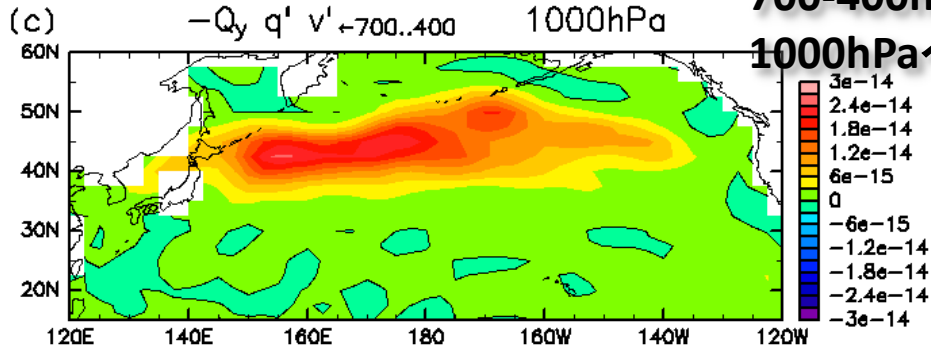
左: 強制項( $-\bar{q}_y q' v'_{\text{from}}$ )

右: [時間スケール] $^{-1}$

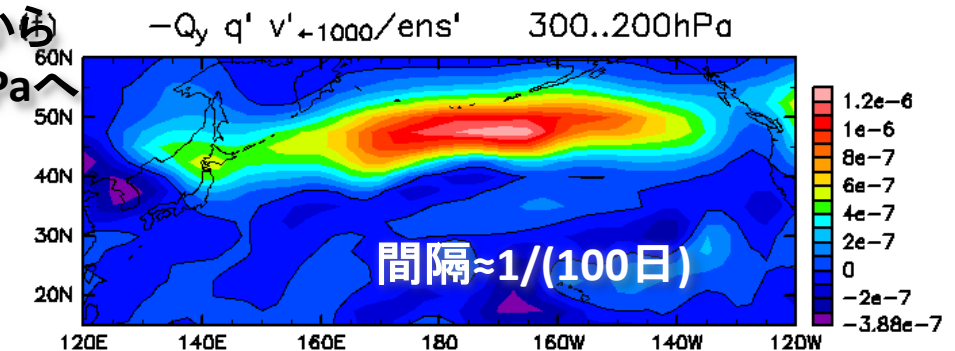
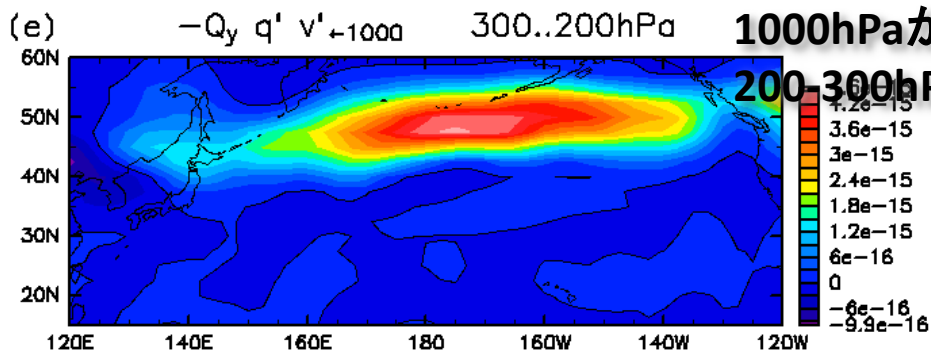
200-300hPaから  
1000hPaへ



700-400hPaから  
1000hPaへ



1000hPaから  
200-300hPaへ



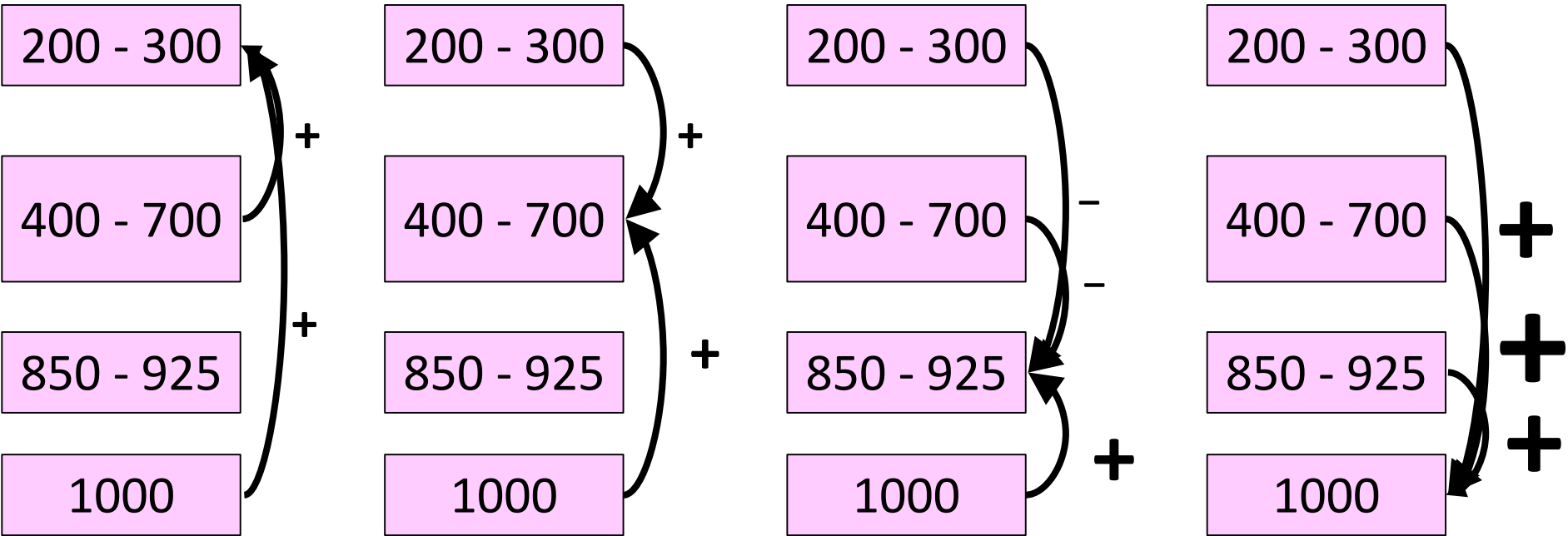
# 西中部太平洋40N付近のエンストロフィー鉛直相互強制

200 - 300へ

400 - 700へ

850 - 925へ

1000へ

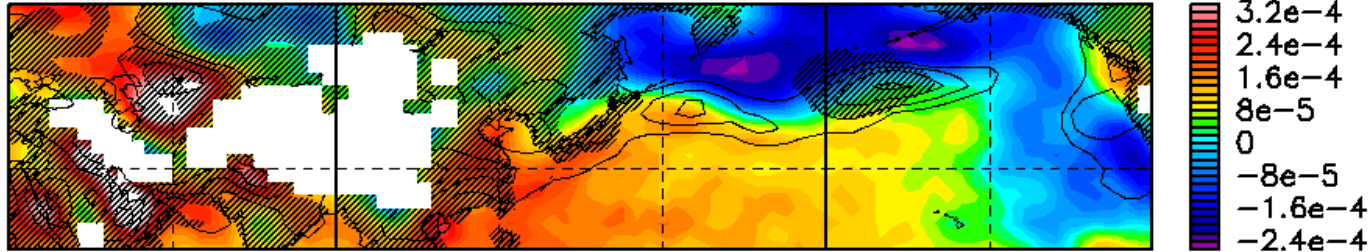


# 擾乱のポテンシャルエンストロフィー( $E$ と略記) 強制の検討結果のまとめ

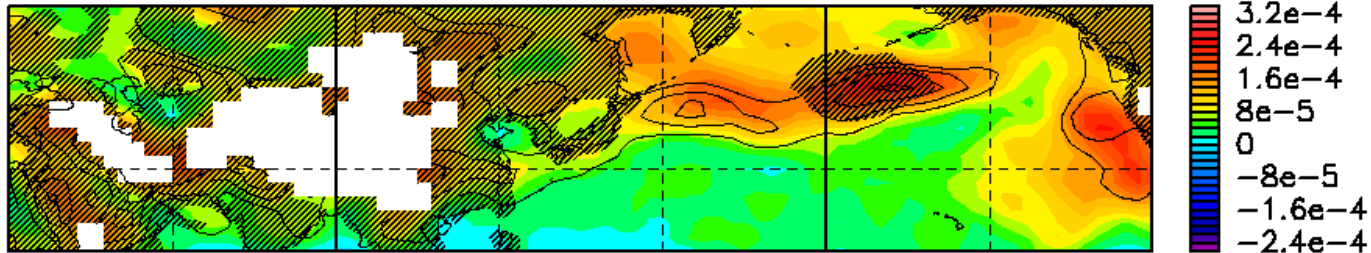
- 東アジア東縁～中緯度太平洋(40N前後)では
    - 下層の $E$ は中上層より増幅される(時間スケール短)。
    - 上層の $E$ への下層の強制は小(時間スケール長; 水平輸送が卓越)。
- ⇒ 主に上層駆動であることを確認

# PVの非保存項の影響

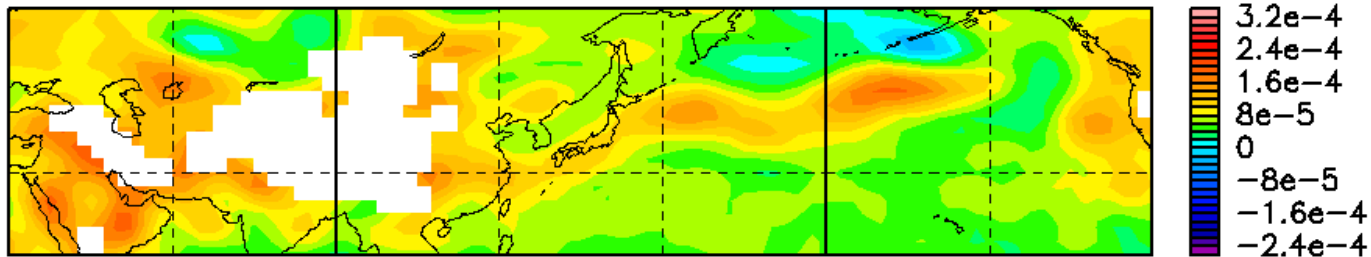
q 1000 2010-07-08



q 925..850 2010-07-08



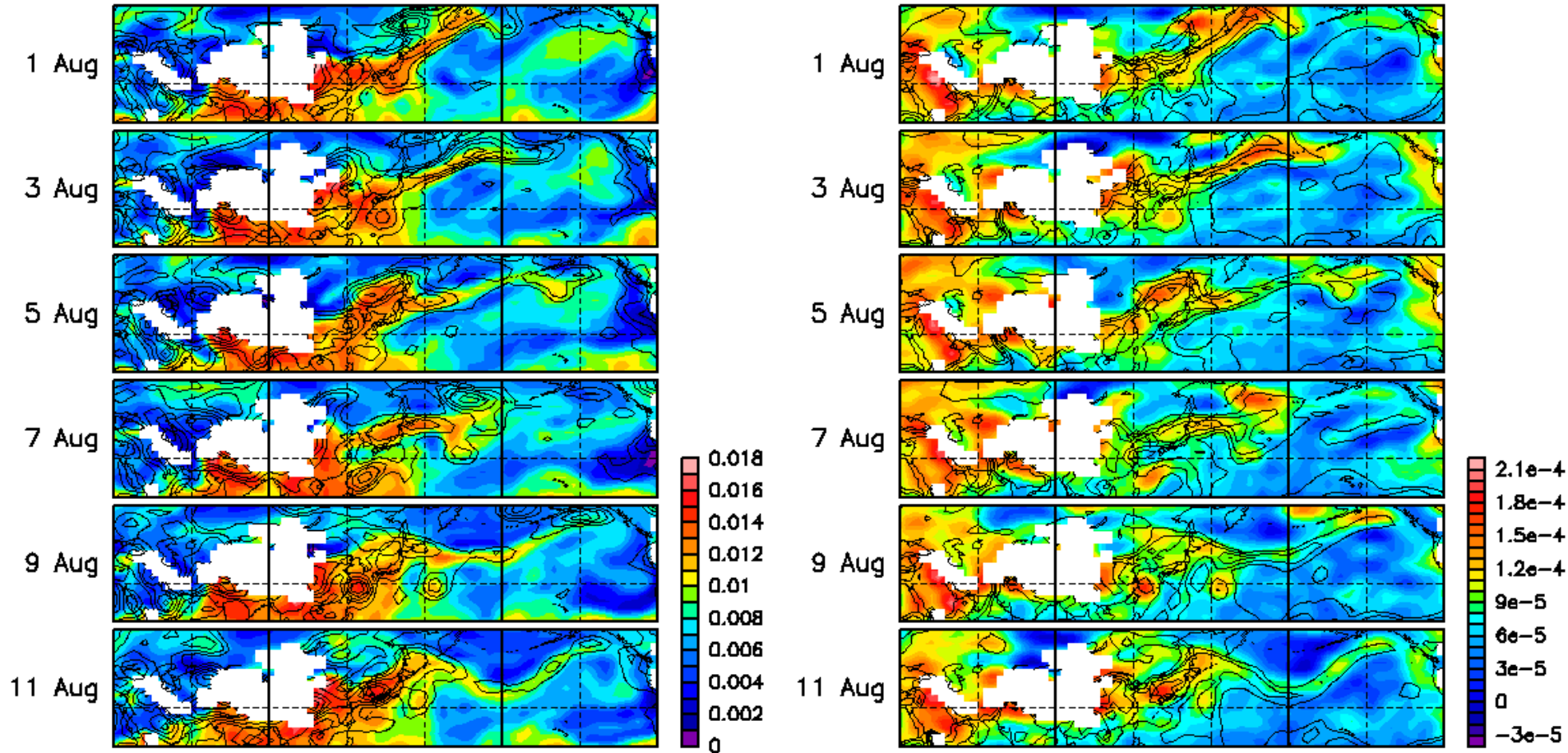
q 1000..850 2010-07-08



# 1000-850hPaで平均した $\tilde{q}$ と、850hPaの比湿はよく対応

color: shum(850) contour: q(1000..850)

color: q(1000..850) contour: shum(850)



あまりずれない：上層の $\tilde{q}$ の強制により下層の $\tilde{q}$ と水蒸気がともに流される。ただし $\tilde{q}$ 周りの風が南寄りになる側に比湿ピークが寄る場合も。

- $\tilde{q}$  の下端( $\psi_z(p_0) = 0$ )までのp座標鉛直積分 :

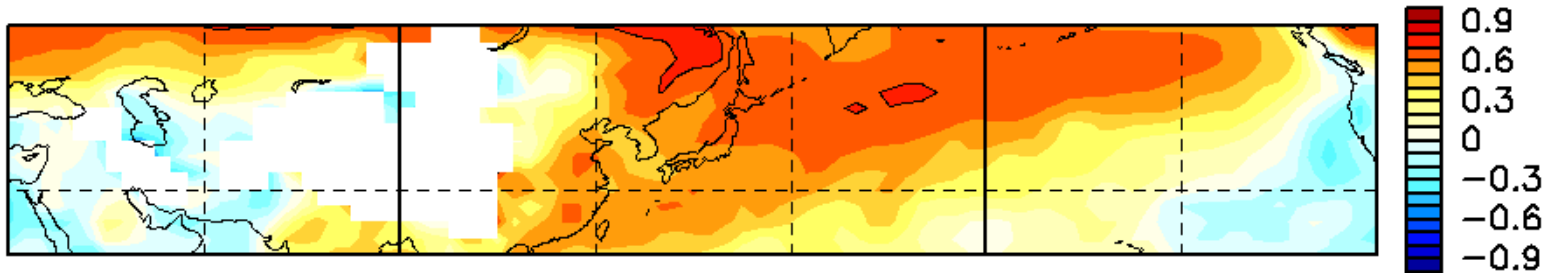
$$\int_p^{p_0} \tilde{q} dp = \int_p^{p_0} (\partial_x^2 + \partial_y^2) \psi dp + \frac{p\varepsilon}{H} \partial_z \psi(p)$$

∴ 1000-850hPaの平均  $\tilde{q}$  の温度関連項は850hPaの気温に比例

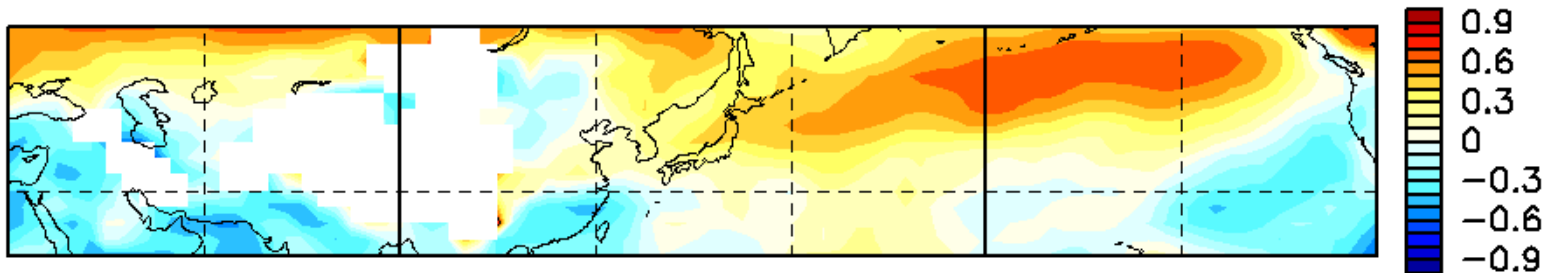


# $\tilde{q}$ (1000~850平均), 比湿(850), 気温(850)の間の相関 (15日移動平均からのずれ成分)

cor(shum',q') Jul-Aug 2001..2012



cor(shum',air') Jul-Aug 2001..2012



cor(q',air') Jul-Aug 2001..2012

