β平面上の2次元定常ロスビー波の伝播

地球および惑星大気科学研究室 康 アルム

自転する惑星の大気中で西向きに進む波をロスビー波という. 本研究では林(1987)に基づき, 定常ロスビー波の伝播を調べた. 数値計算を行い, 等位相分布が平均風方向の円内で現れることを確認した.

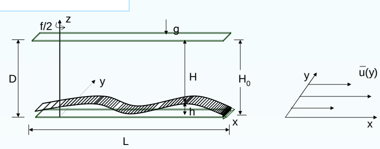
1. はじめに

ロスビー波は自転する惑星上に普遍的に存在する波動である. 地球では中緯度の気候を支配する高低気圧など, 大規模な気象現象の発現に重要な役割を果たしている.

2. 研究の目的

数値計算を通して定常ロスビー波の等位相分布が円内で現れることを確認する.

3. 支配方程式



- **u**(u, v, w) は速度ベクトル
- gは重力加速度
- コリオリパラメター f = f + βy
- 水平方向の長さスケール L
- 鉛直方向の長さスケール D

  D/L <<1
- hは微小な地形
- H_0は境界間の高さ

β平面上の非圧縮・非粘性の流体を考える. 流体の上下には剛体境界がある. 基本場には平均風ū(y)が存在する.

非発散順圧方程式から無次元順圧渦度方程式を求める.

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}-fv=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P_H}{\partial x},$$
$$\frac{\partial v}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial v}{\partial x}+f\bar{u}+fu=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P_H}{\partial y},$$
$$H_0\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=\bar{u}\frac{\partial h}{\partial x}$$

無次元化 $T=\sqrt{\frac{1}{\beta\bar{u}_0}},\ L=\sqrt{\frac{\bar{u}_0}{\beta}}$

δ関数型の地形, ū=1, 外力項=1の場合,

$$\longrightarrow\quad \frac{\partial \nabla^2\psi}{\partial t}+\frac{\partial \nabla^2\psi}{\partial x}+\frac{\partial \psi}{\partial x}=-\frac{\partial \delta}{\partial x}$$

* ψは流線関数

4. 定常波の解析

振幅, 振動数の空間時間変化が位相の空間時間変化よりゆっくりであるときを考える(WKBJ近似).

微小のパラメターεでψを展開 (0 < ε <<1)

$$\psi=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon^n\psi_n e^{i\theta}\ \xrightarrow[\varepsilon(x,y,t)=(X,Y,T)]{\text{新空間時間座標導入}}\ \psi=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon^n\psi_n(X,Y,T)e^{i\frac{\Theta(X,Y,T)}{\varepsilon}}$$

波数ベクトルK, 振動数ωを定義する.

$$\mathbf{K}=(k,l)\equiv\left(\frac{\partial\Theta}{\partial X},\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\right),\quad \omega\equiv-\frac{\partial\Theta}{\partial T}$$

分散関係式から群速度を求める.

$$\omega=\bar{u}k-\frac{k}{k^2+l^2}\ \longrightarrow\ C_{gX}\equiv\frac{\partial\omega}{\partial k}=\bar{u}+\frac{k^2-l^2}{(k^2+l^2)^2},\quad C_{gY}\equiv\frac{\partial\omega}{\partial l}=\frac{2kl}{(k^2+l^2)^2}$$

・定常波における群速度

$$\left.\begin{array}{l} C_{gX}=2\bar{u}^2k^2,\ C_{gY}=2\bar{u}^2kl,\\ |\mathbf{C}_g|=\frac{2k}{K_s}|\bar{u}| \end{array}\right\}$$

$$\longrightarrow\quad (C_{gX}-\bar{u})^2+C_{gY}^2=\bar{u}^2$$

C_{gX} > 0 なので, 東のみ伝播

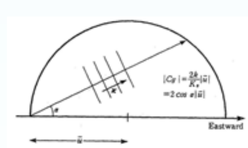


図3. 群速度の方向依存性 (林, 1987)

・ū=1, 外力項=1の場合の渦度方程式

$$\frac{\partial \nabla^2\psi}{\partial t}+\frac{\partial \nabla^2\psi}{\partial x}+\frac{\partial \psi}{\partial x}=-\frac{\partial \delta}{\partial x}$$

(円の半径)=(平均風の大きさ)×(経過時間)

応答はΔt後$|C_g|$Δtまで進んでいる.

等位相の分布は東方向の円内で現れる.

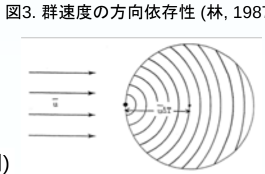


図4. 定常波の応答(Lighthill, 1966)

5. 計算設定

SPMODELライブラリ(竹広ほか, 2006)を用いて渦度方程式を計算する.

渦度方程式
$$\frac{\partial \nabla^2\psi}{\partial t}+\frac{\partial \nabla^2\psi}{\partial x}+\frac{\partial \psi}{\partial x}=-\frac{\partial \delta}{\partial x}$$

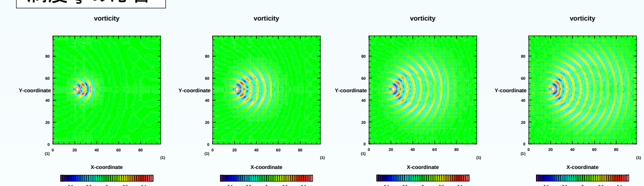
δ関数型 → ガウス型
$$\delta\sim e^{-\frac{x^2+y^2}{r_0^2}}$$

<系の設定>

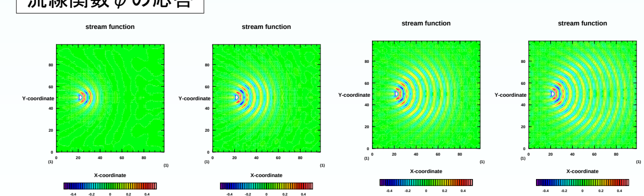
- 格子点数 : x 64, y 64 等間隔
- 領域 : x 100, y 100 無次元化した距離
- 切断波数 : x 30, y 30
- 外力の中心 : x=20, y=50
- 境界 : 東西, 南北ともに周期境界

6. 計算結果

渦度ζの応答



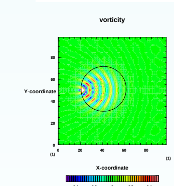
流線関数ψの応答



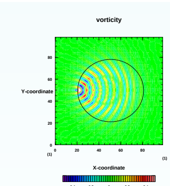
t = 10　t = 20　t = 30　t = 40

7. 考察

1. (円の半径) = (平均風の大きさ)×(経過時間)



(a) t=20の渦度の応答



(b) t=30の渦度の応答

平均風速度 $\bar{u}=1$
(a)半径 20
(b)半径 30

2. 応答はΔt後$|C_g|$Δtまで進んでいる.

   群速度 $C_g = 2\bar{u} = 2$ なので,

   応答は (a) 40 (b) 60 まで進んでいる.

3. 等位相の分布は円内で現れる.

8. まとめ

数値計算を行った結果, 以下のことが確認できた.

・定常ロスビー波の等位相分布は平均風方向の円内で現れる.

・円の半径は平均風の大きさと経過時間との積によって与えられる.

・定常波の応答は群速度と経過時間との積まで進んでいる.

参考文献

Lighthill, M. J., 1966: Dynamics of rotating fluids:a sruvey. J.Fluid Mech., 26, 411-431.

林祥介, 1987: 二次元定常ロスビー波の線形論, 気象研究ノート, 156, 235-254.

竹広真一, 小高正嗣, 石岡圭一, 石渡正樹, 林祥介, SPMODEL 開発グループ, 2006: 階層的地球流体力学スペクトルモデル集 spmodel. ながれマルチメディア, http://www.nagare.or.jp/mm/2006/spmodel.