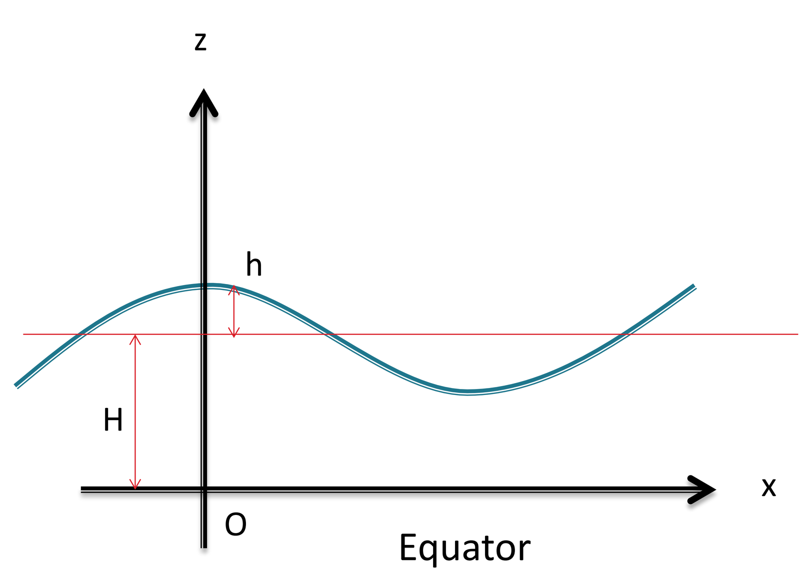
赤道域の大気海洋中に存在する大規模波動の考察 : 強制振動

地球及び惑星大気科学研究室 1133483s 滝口 裕子

1. はじめに

波動現象は, エネルギーや運動量を輸送し, 気候に対して重要な役割を果たしている. 赤道域は地球上で最も多くのエネルギーを太陽から受け取っており, 地球全体の気候に大きく影響する. コリオリ力が小さいため赤道域の波動現象は中緯度とかなり異なっており, この地域の波動現象を理解することは非常に重要である.

2. 基礎方程式系



・流体: 静水圧平衡下にある均質流体
・座標系 : 局所直交直線座標赤道 β 面近似

基礎方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v + g\frac{\partial h}{\partial x} = -\alpha u + F_x,$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u + g\frac{\partial h}{\partial y} = -\alpha v + F_y,$$
$$\frac{\partial h}{\partial t} + H\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\alpha h + Q.$$

- g : 重力加速度
- H : 流体の平均深さ
- α : ニュートン減衰係数
- u, v : x, y 方向速度
- h : 流体の平均深さからの変位
- ϕ : ジオポテンシャル
- F_x, F_y : 外力
- Q : 質量のソースとシンク(熱源)
- c : 重力波の速度, $c = \sqrt{gH}$.
- 無次元化に使う長さスケール : $L = \sqrt{\beta/c}$.
- 無次元化に使う時間スケール $T = \sqrt{1/c\beta}$.

3. 自由振動の固有モード, 固有関数

基礎方程式の右辺がゼロ, 即ち強制項がない場合, 適切な L, T により基礎方程式を無次元化し, (u, v, ϕ)を以下のように置いて境界条件を課す:

$$u = \hat{u}(y)\exp\bigl(i(kx+\omega t)\bigr),\quad v = \hat{v}(y)\exp\bigl(i(kx+\omega t)\bigr),\quad \phi = \hat{\phi}(y)\exp\bigl(i(kx+\omega t)\bigr).$$

$$i\omega u - yv + ik\phi = 0,\quad i\omega v + yu + \frac{d\phi}{dy} = 0,\quad i\omega\phi + iku + \frac{dv}{dy} = 0.$$

$$y \to \pm\infty, \quad v \to 0.$$
(境界条件)

これを$\hat{v}(y)$について整理して, $\hat{v}(y)$に関する微分方程式と分散関係式を得る:

$$\frac{d^2\hat{v}}{dy^2} + \left(\omega^2 - k^2 + \frac{k}{\omega} - y^2\right)\hat{v} = 0.$$

上式は以下の固有値と固有関数を持つ:

$$\omega^2 - k^2 + \frac{k}{\omega} = 2n+1, \qquad \hat{v}(y) = Cexp(-y^2/2)H_n(y).$$
(n : 整数)

従って固有モードは以下のように表される:

- $n \geq 1$の場合

$\omega_{1,2} \approx \pm\sqrt{k^2+2n+1}$: 東進, 西進慣性重力波

$\omega_3 \approx \frac{k}{k^2+2n+1}$: ロスビー波

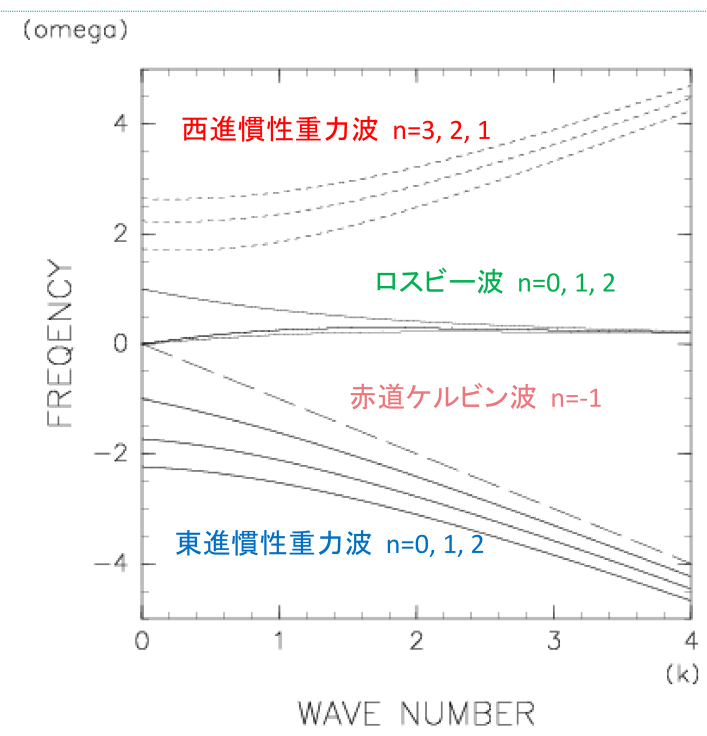
- $n = 0$の場合

$\omega_1 = \frac{k}{2} - \sqrt{k^2/4+1}$: 東進慣性重力波

$\omega_{2,3} = -\frac{k}{2} + \sqrt{k^2/4+1}$: 混合ロスビー重力波

- $n = -1$の場合

$\omega = -k$: 赤道ケルビン波



分散関係ダイアグラム

4. 自由振動の空間構造

3. より, 自由振動の空間構造は, 以下のように与えられる :

- $v \neq 0, n \neq 0$の時

$$\begin{pmatrix} v \\ u \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i(\omega^2-k^2)H_n\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \\ \left(\frac{1}{2}(\omega-k)H_{n+1} + n(\omega+k)H_{n-1}\right)\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \\ \left(\frac{1}{2}(\omega-k)H_{n+1} - n(\omega+k)H_{n-1}\right)\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \end{pmatrix}_{kl}$$

- $v \neq 0, n = 0$の時

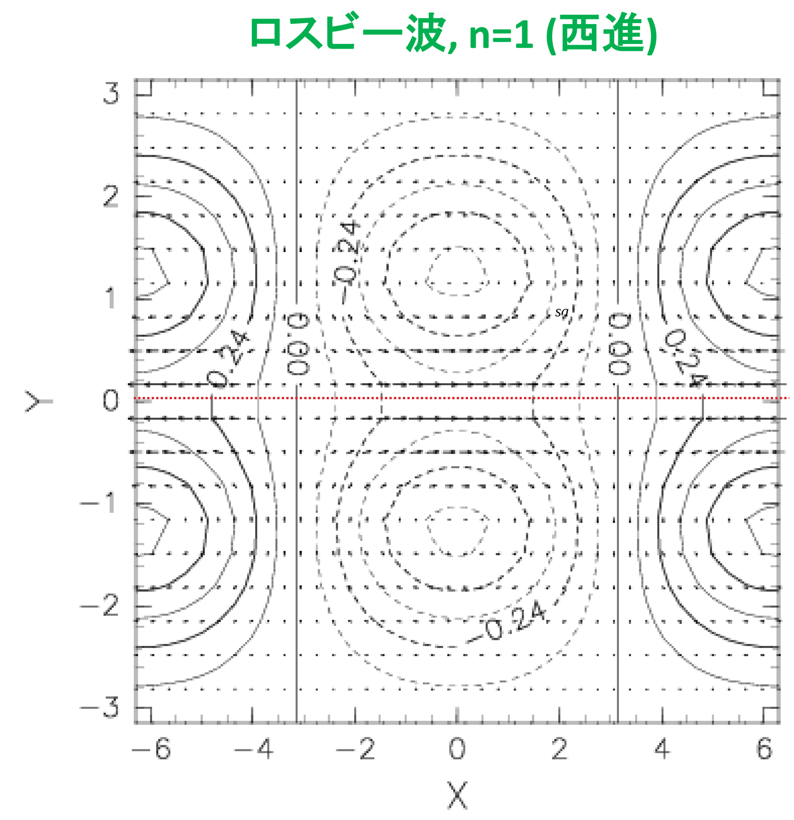
$$\begin{pmatrix} v \\ u \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2i(\omega+k)H_0\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \\ H_1\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \\ H_1\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \end{pmatrix}_{0l}$$

- $v = 0, n = -1$の時

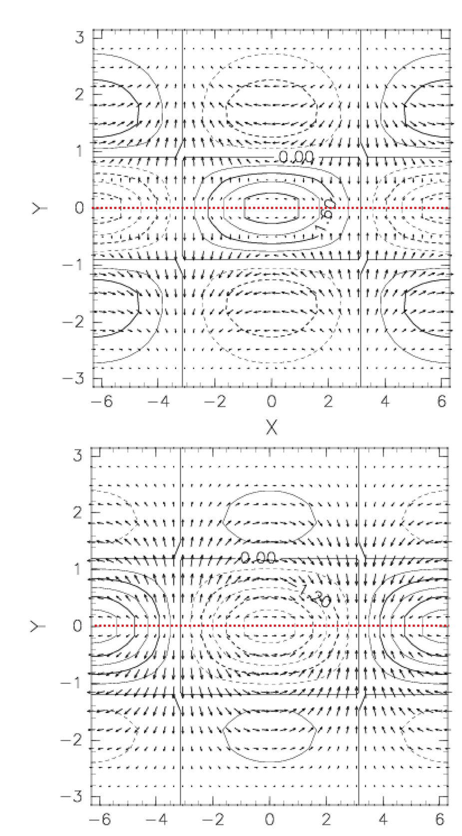
$$\begin{pmatrix} v \\ u \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ H_0\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \\ H_0\exp\bigl(-y^2/2+i(\omega t+kx)\bigr) \end{pmatrix}_{-1}$$

波数$k = 0.5$ の空間構造

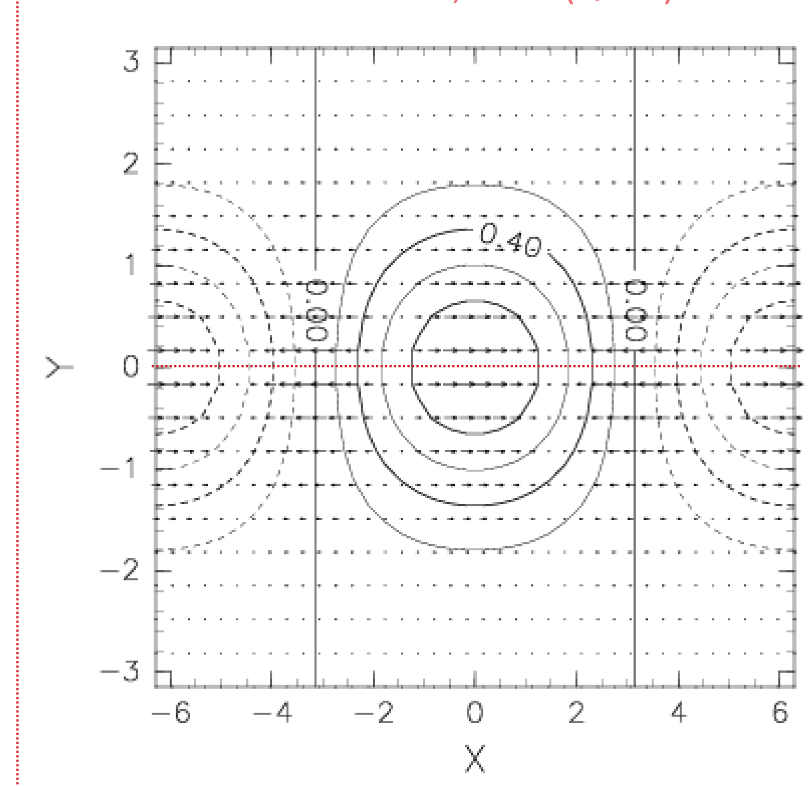
ロスビー波, n=1 (西進)



慣性重力波, n=1



ケルビン波, n=-1 (東進)



X : 東西方向
Y : 南北方向
等値線 : ジオポテンシャル
ベクトル : 速度

赤道を挟んで対称に圧力場ができ, 速度場と圧力場はほぼ平行になる地衡流平衡が成立している.

赤道で東西速度が最大.

5. 定常強制振動の空間構造

強制項がゼロでない場合, 2. と同様にして定常状態とした場合の無次元化した基礎方程式:

$$-y\hat{v} + ik\hat{\phi} = -\alpha\hat{u} + F_x,$$
$$+y\hat{u} + \frac{d\hat{\phi}}{dy} = -\alpha\hat{v} + F_y,$$
$$-ik\hat{u} + \frac{d\hat{v}}{dy} = -\alpha\hat{\phi} + Q.$$

強制力(熱源)を以下のように与える:

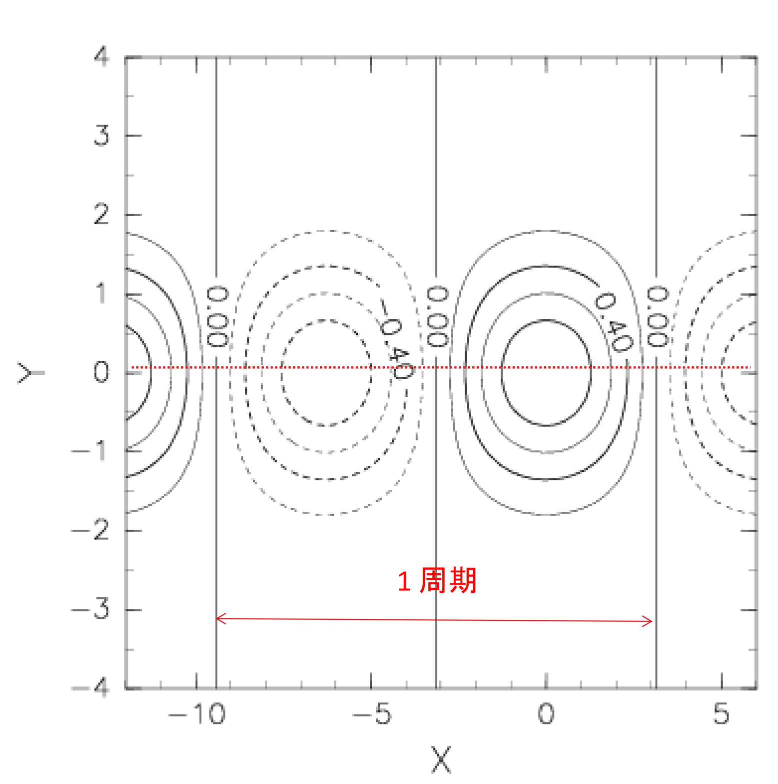
$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \exp(-y^2/2+i(kx)) \end{pmatrix}$$

この場合の空間構造:

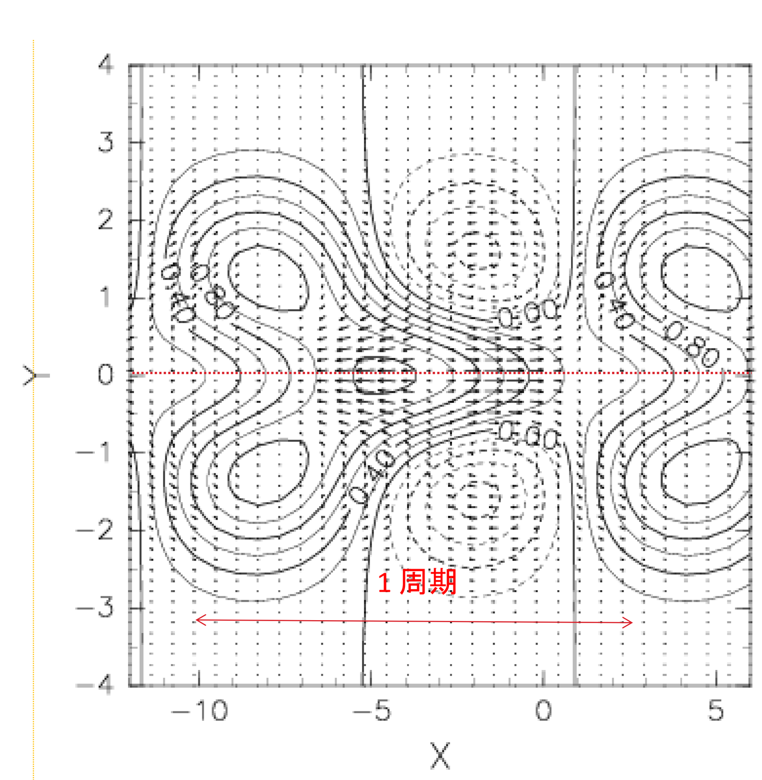
$$\begin{pmatrix} v \\ u \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2C_1\mathrm{H}_1\exp(-y^2/2+ikx) \\ \frac{1}{\alpha^2+k^2}\left(\frac{1}{2}(\alpha-ik)C_1H_2 + (C_1(\alpha+ik)-ik)H_0)\right)\exp(-y^2/2+ikx) \\ \frac{1}{\alpha^2+k^2}\left(\frac{1}{2}(\alpha-ik)C_1H_2 - (C_1(\alpha+ik)-\alpha)H_0)\right)\exp(-y^2/2+ikx) \end{pmatrix}$$

C_1 : 定数

$\alpha = 0.2,\ k = 0.5$ の空間構造



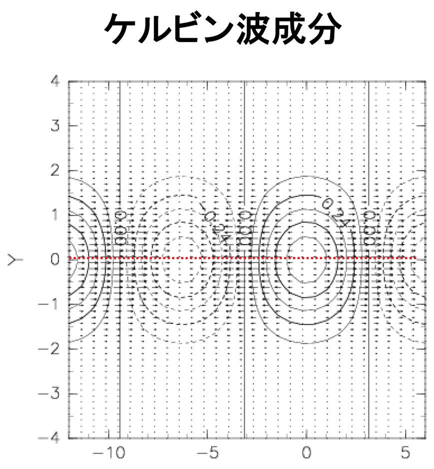
熱源 Q の分布



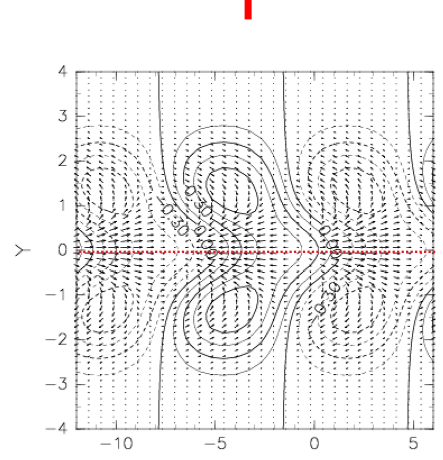
定常強制振動の空間分布

=

ケルビン波成分



+



ケルビン波成分を除いた空間分布

- 自由振動解の重ね合わせと解釈される
- 空間分布の東側はケルビン波的, 西側はロスビー波的
- 空間構造の解の内, H_0のみがかかる部分を取り出すと, ケルビン波的

X : 東西方向
Y : 南北方向
等値線 : ジオポテンシャル
ベクトル : 速度場

6. まとめ : 赤道域の大規模波動の特徴

1. 赤道域で発生する波は以下の 4 種類である:
   - 慣性重力波 : 中高緯度と同様に現れる.
   - ロスビー波 : 中高緯度と同様に現れる.
   - 混合ロスビー重力波 : 重力波とロスビー波が合わさった性格を持つ.
   - 赤道ケルビン波 : 赤道を境界として現れる.

2. 赤道域に熱源を与えた場合の定常強制振動の空間構造の特徴 :
   - 自由振動の重ね合わせとして解釈される.
   - 東側はケルビン波, 西側はロスビー波の特徴を持つ.

参考文献 : Mastuno(1966), Holton(1975), 小倉義光(1978), 廣田勇(2000)