準地衡2層モデルにおける準地衡乱流の波数空間動力学に関する研究

岡﨑 正悟

神戸大学理学研究科惑星学専攻
流体地球物理学教育研究分野 修士2回生

2017年2月9日(木) 修士論文審査会

@神戸大学百年記念会館 六甲ホール

1. はじめに

2. 数値モデルについて

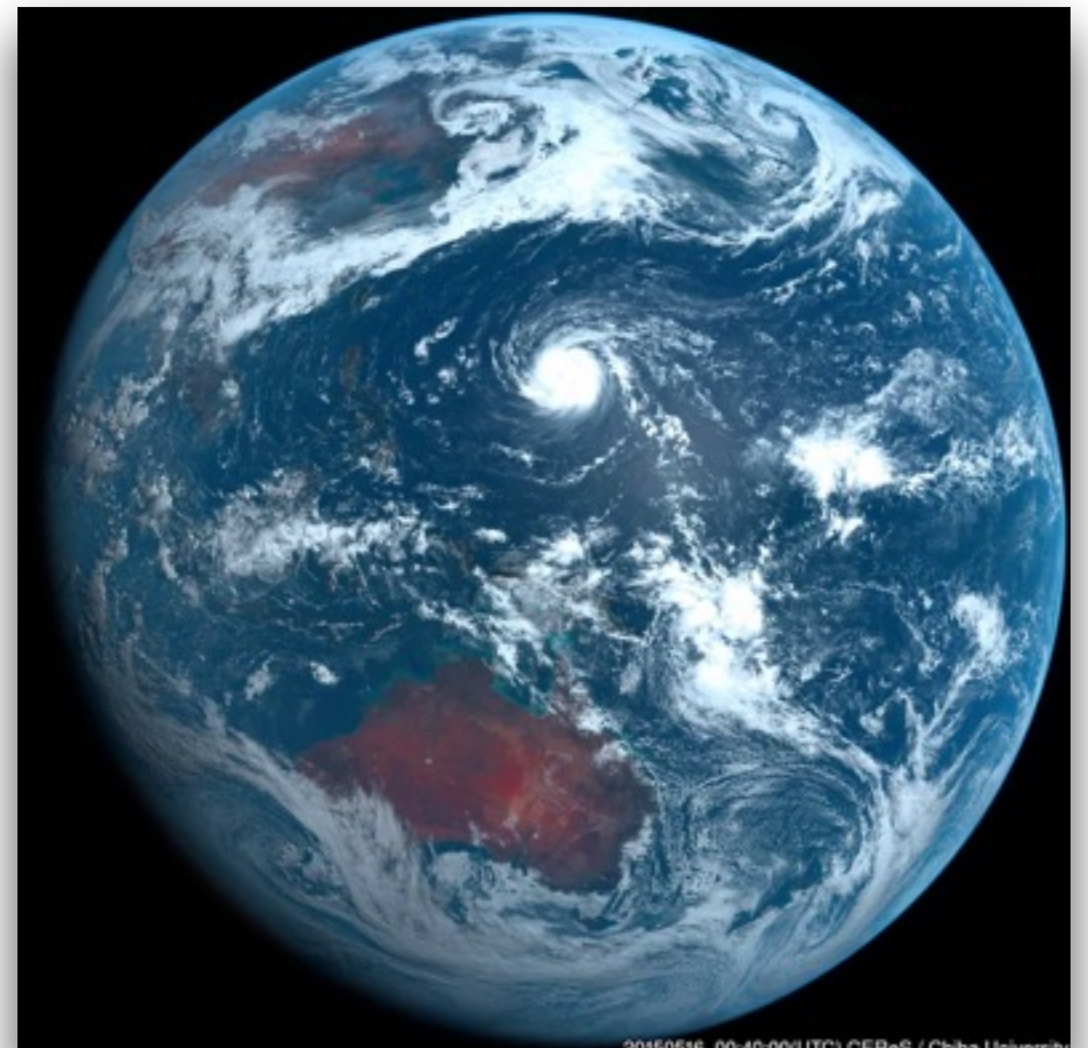
3. 数値計算の結果

4. まとめ

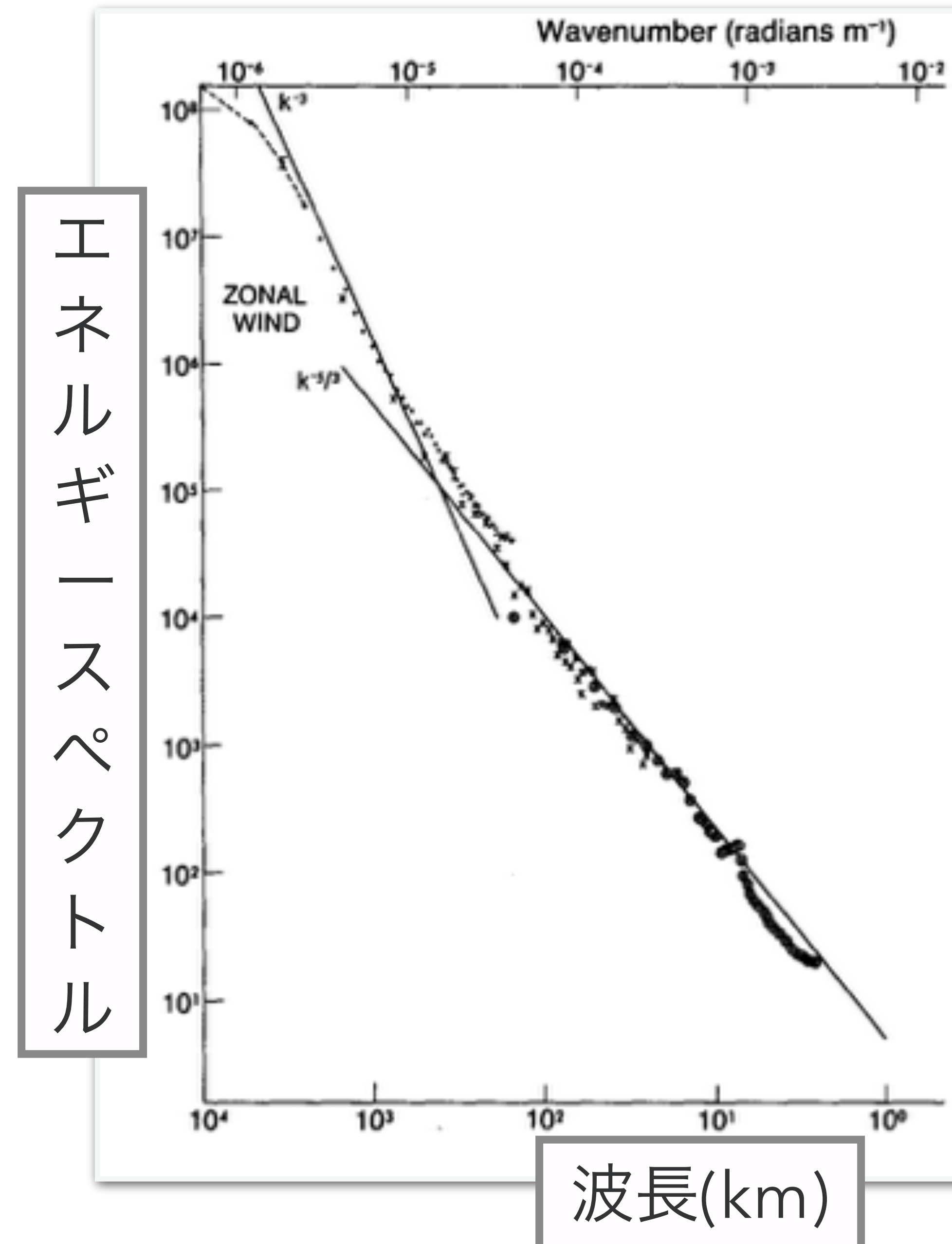
1. はじめに
2. 数値モデルについて
3. 数値計算の結果
4. まとめ

地球大気のスペクトル解析

- 大気中には様々なスケールの渦が存在する
  - スペクトル解析によって, どのスケールが支配的かを見る



気象衛星ひまわり8号による
地球の画像



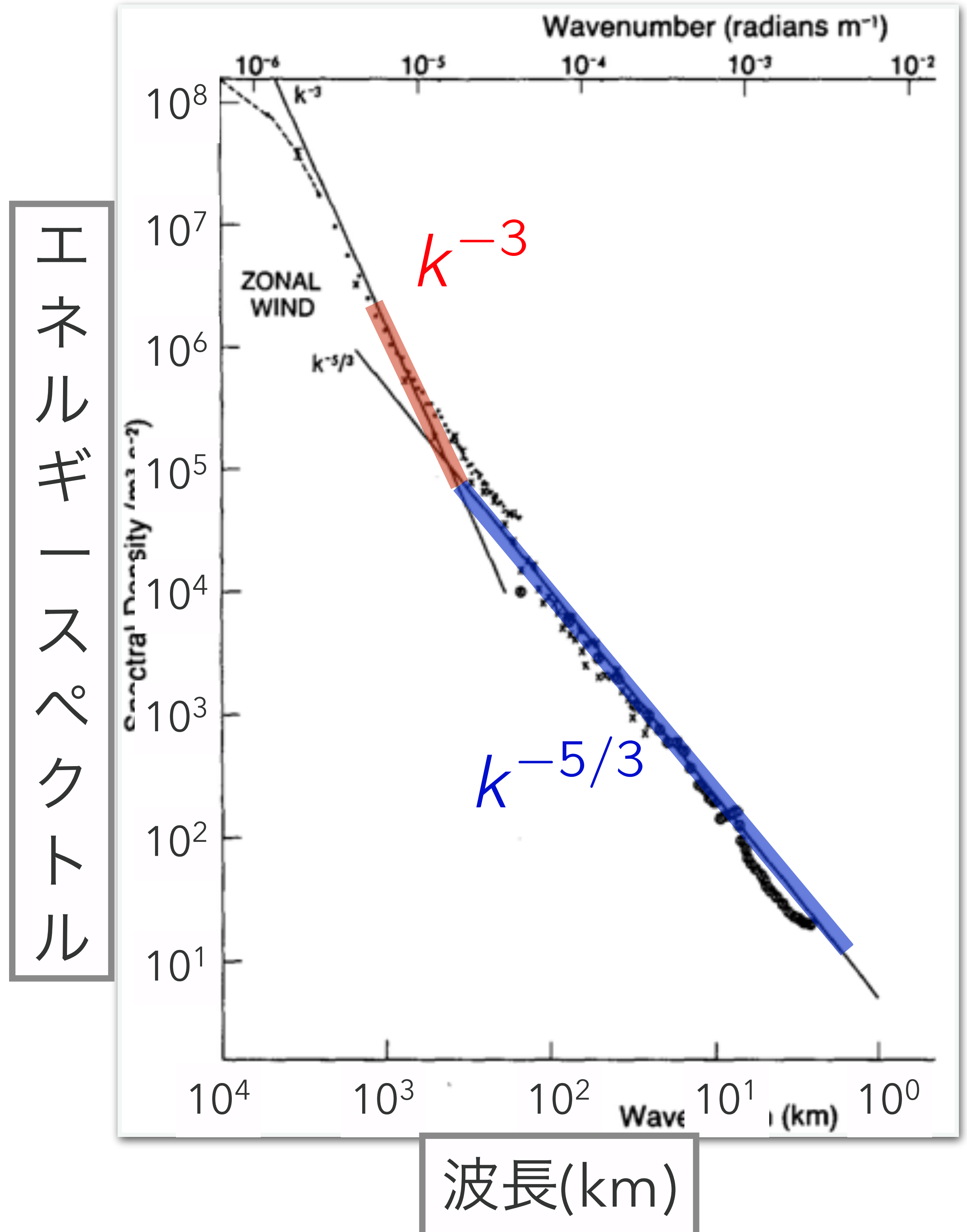
Nastrom and Gage (1985) Fig.3. を加工

地球大気の観測事実から

- 航空機観測で得られた風速と気温のデータのスペクトル解析

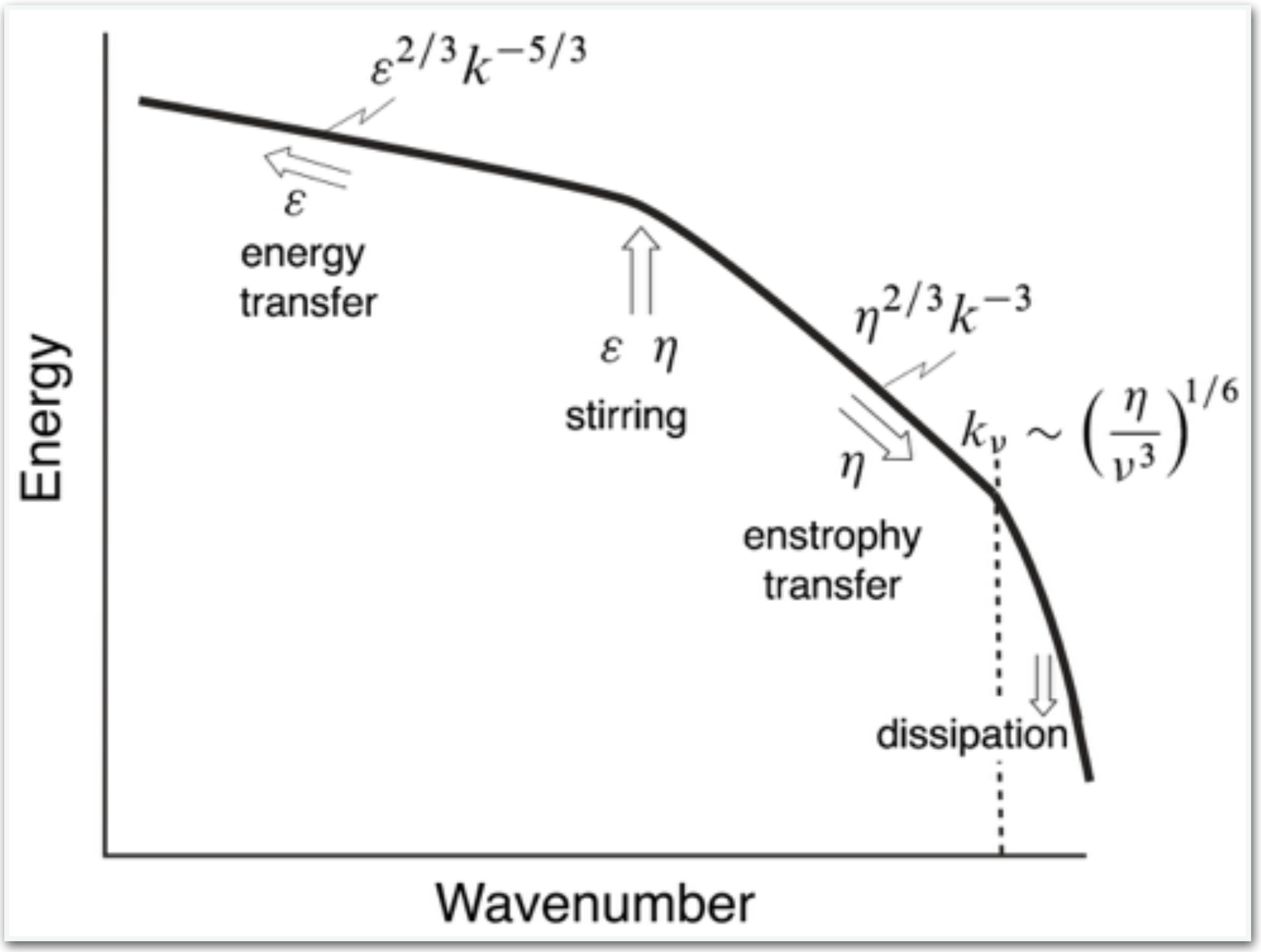
(Nastrom and Gage 1985)

  - エネルギースペクトルが k^{-3} の依存性と $k^{-5/3}$ の依存性を持つ
  - このスペクトルは, 客観解析データや大気大循環モデルでも確認されており, よく知られたものである.
  - 本発表では, このスペクトルを Nastrom-Gage スペクトルと呼ぶ.

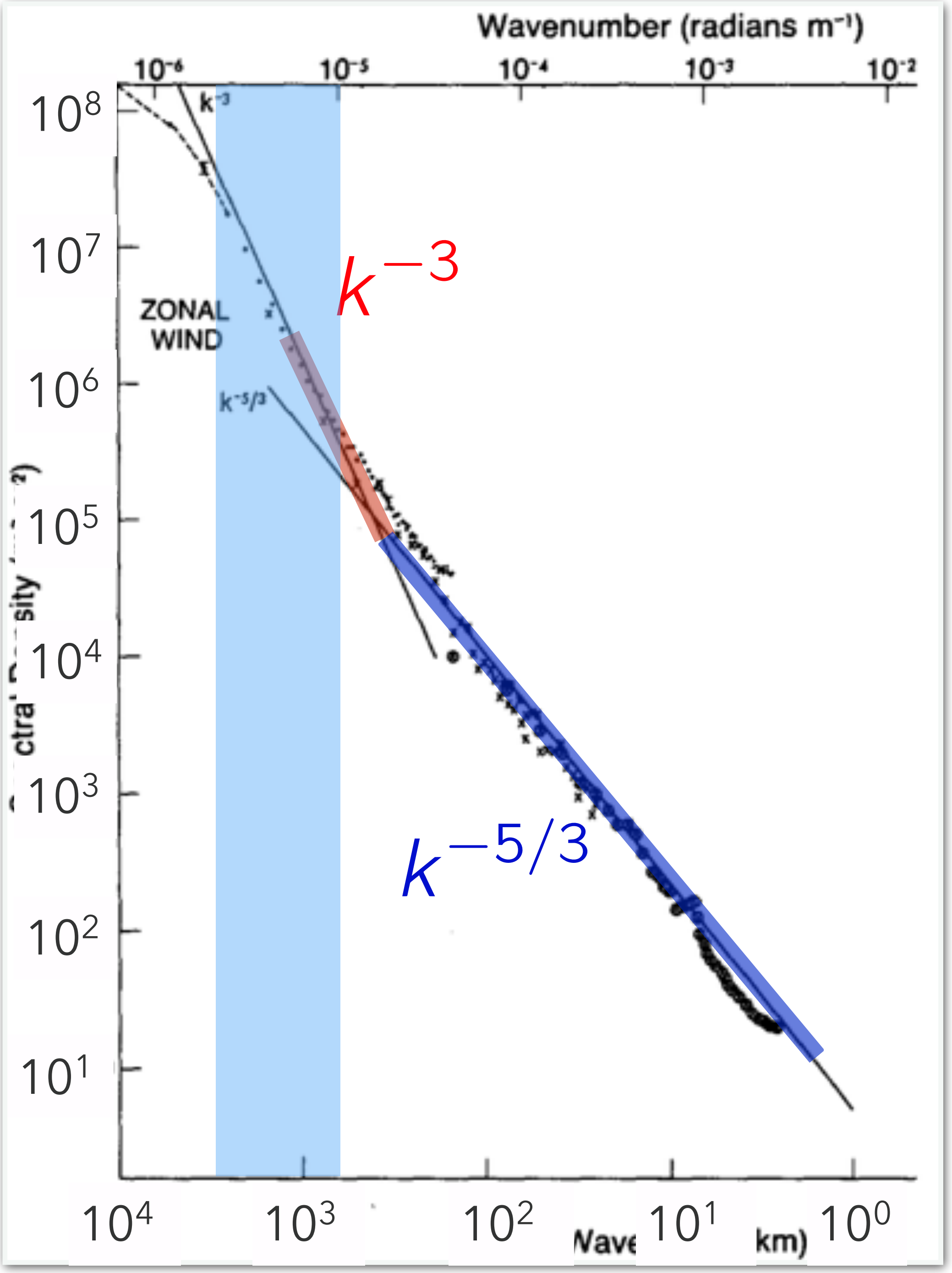


Nastrom and Gage (1985) Fig.3. を加工

Nastrom-Gage スペクトルの不思議



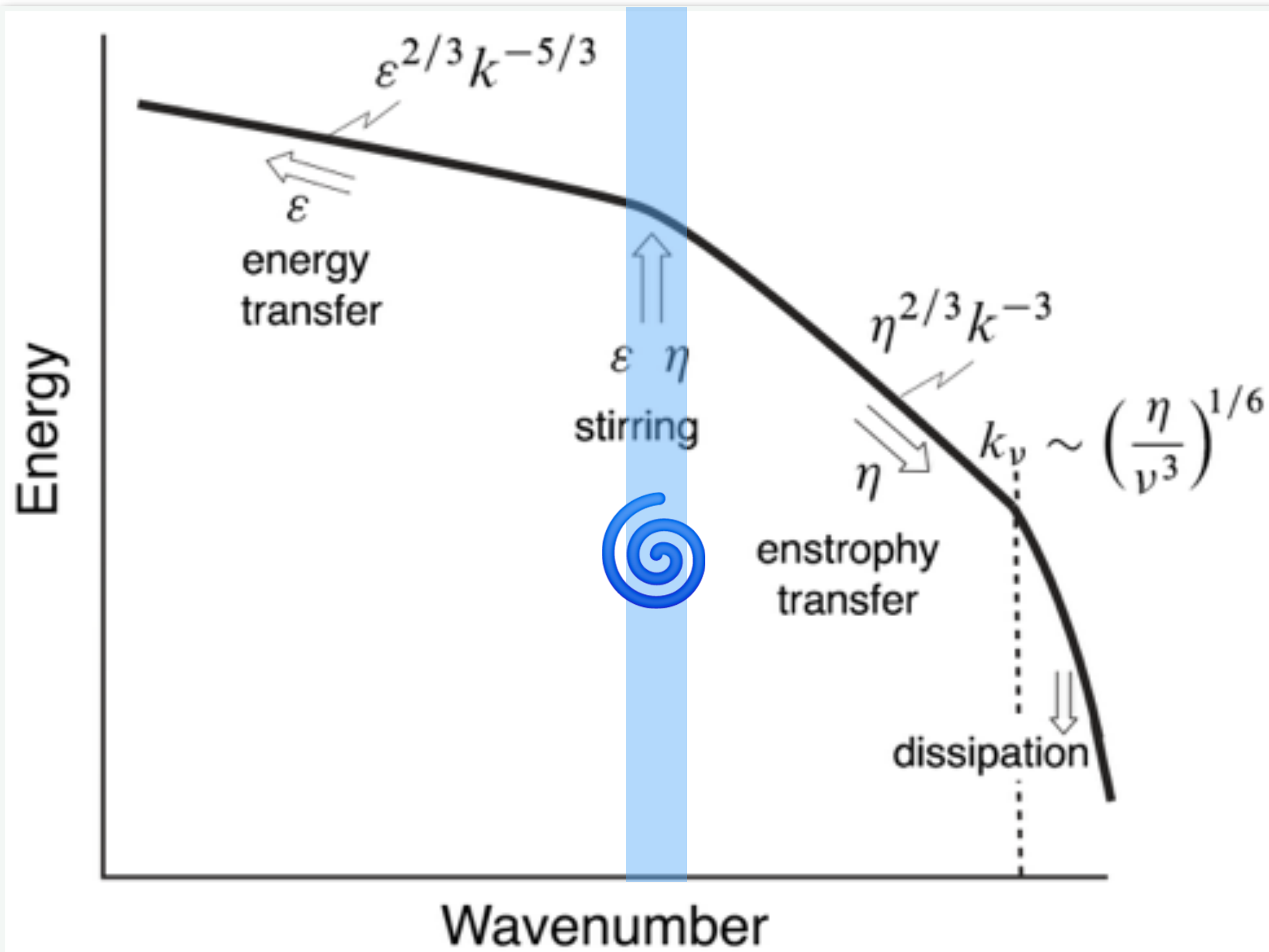
2次元一様等方性乱流の
エネルギースペクトルの概念図[Vallis (2006)]



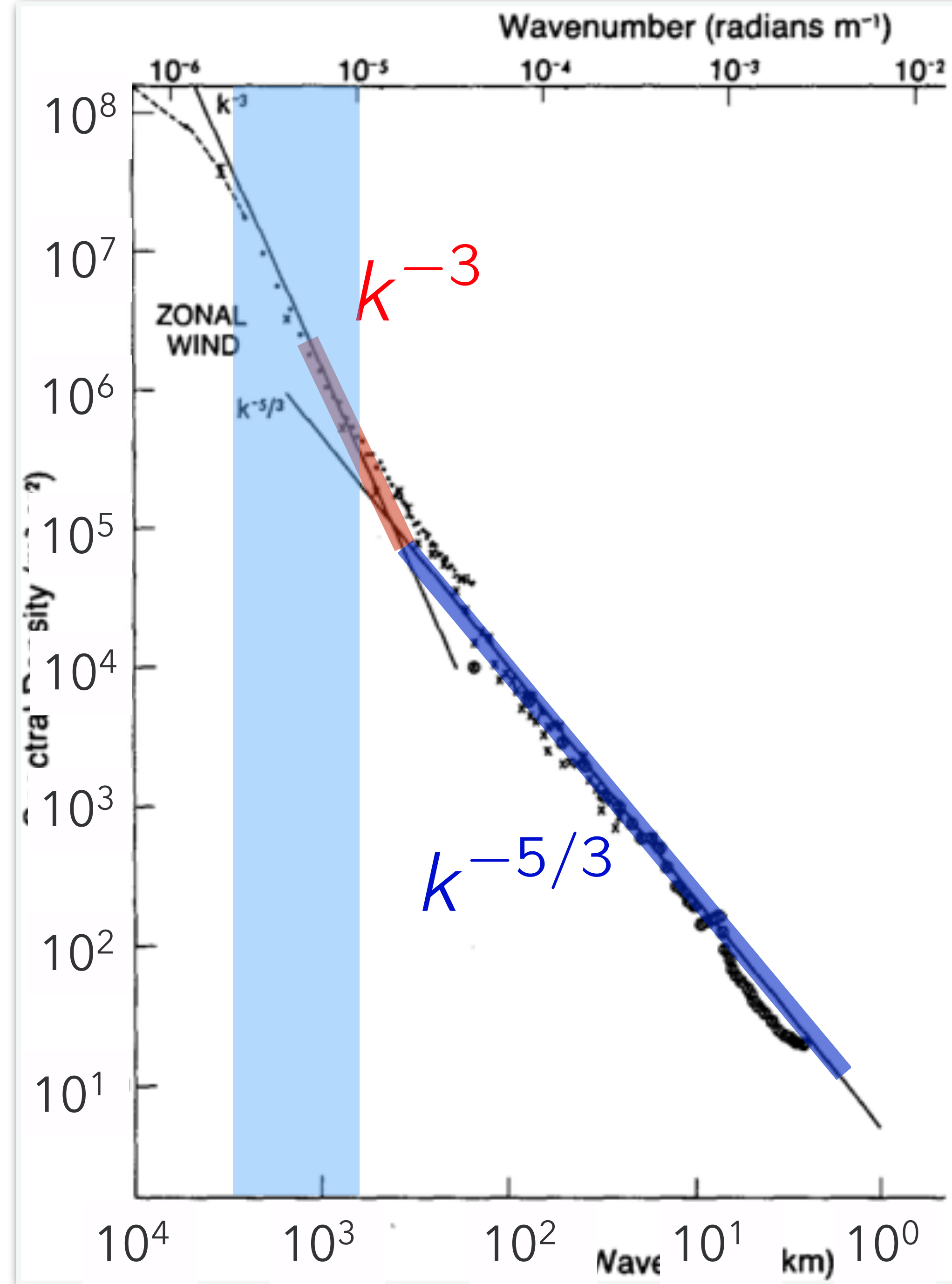
Nastrom-Gage スペクトル

Nastrom-Gage スペクトルの不思議

エネルギー注入波数



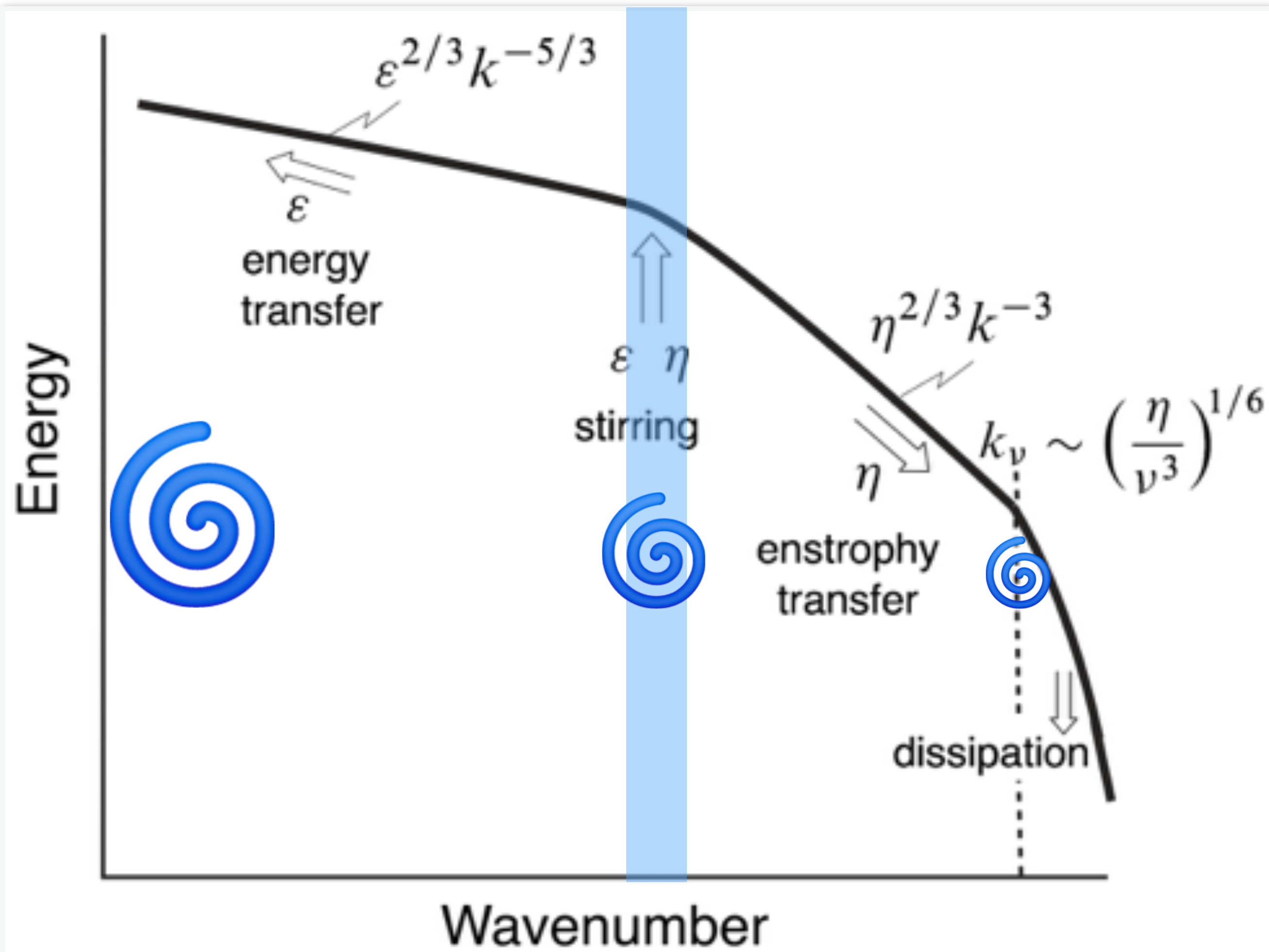
2次元一様等方性乱流の
エネルギースペクトルの概念図[Vallis (2006)]



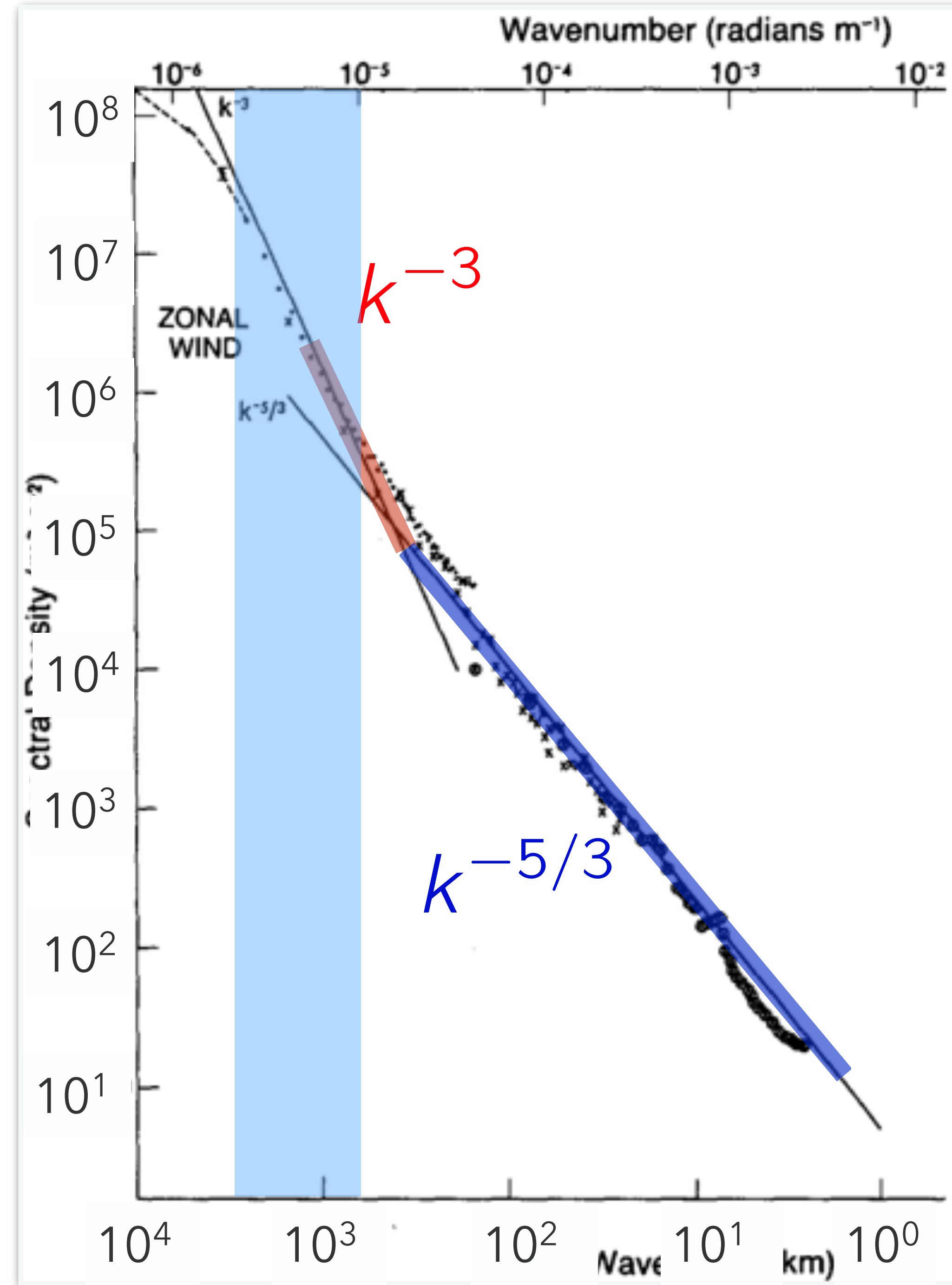
Nastrom-Gage スペクトル

Nastrom-Gage スペクトルの不思議

エネルギー注入波数

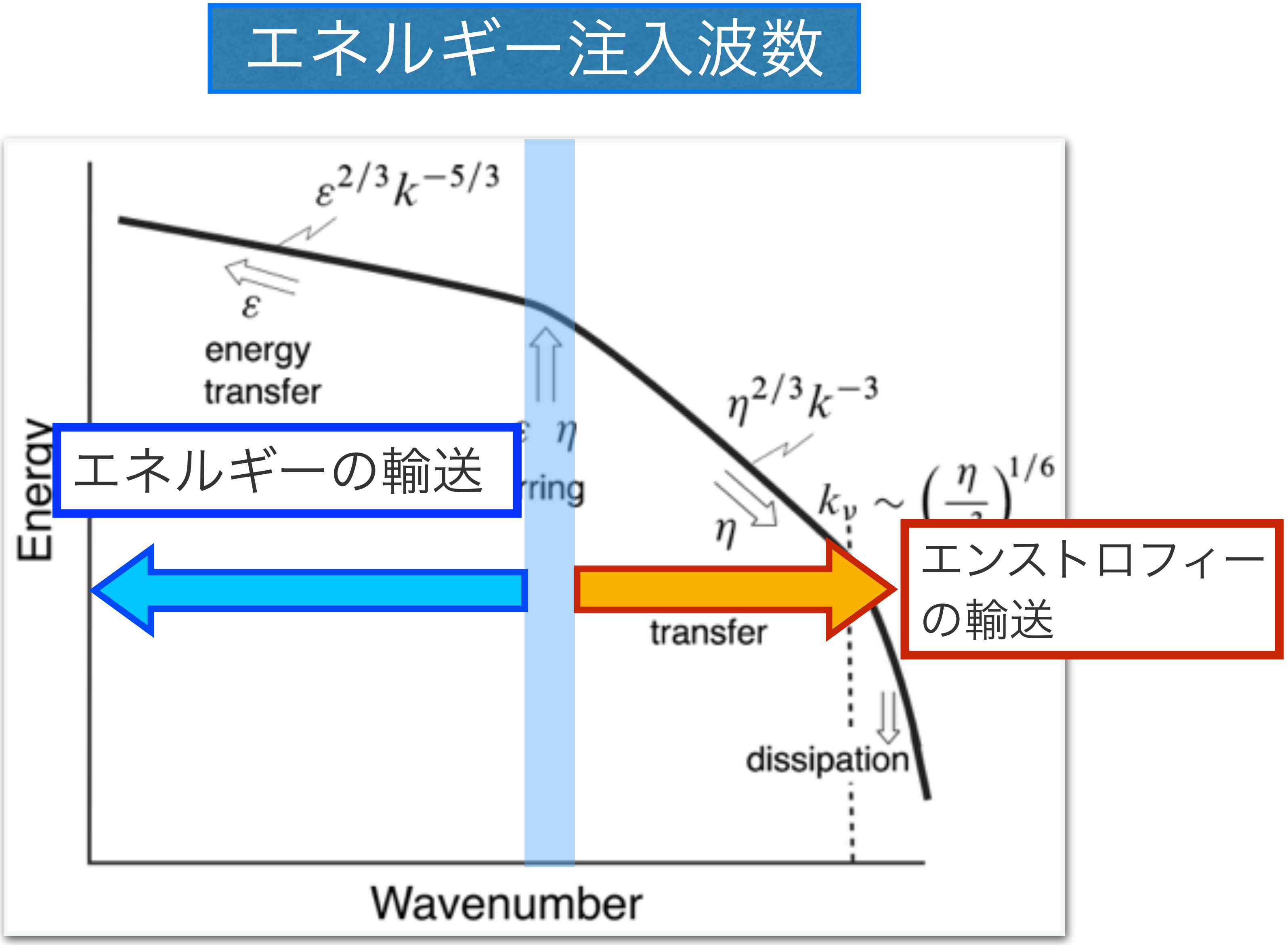


2次元一様等方性乱流の
エネルギースペクトルの概念図[Vallis (2006)]

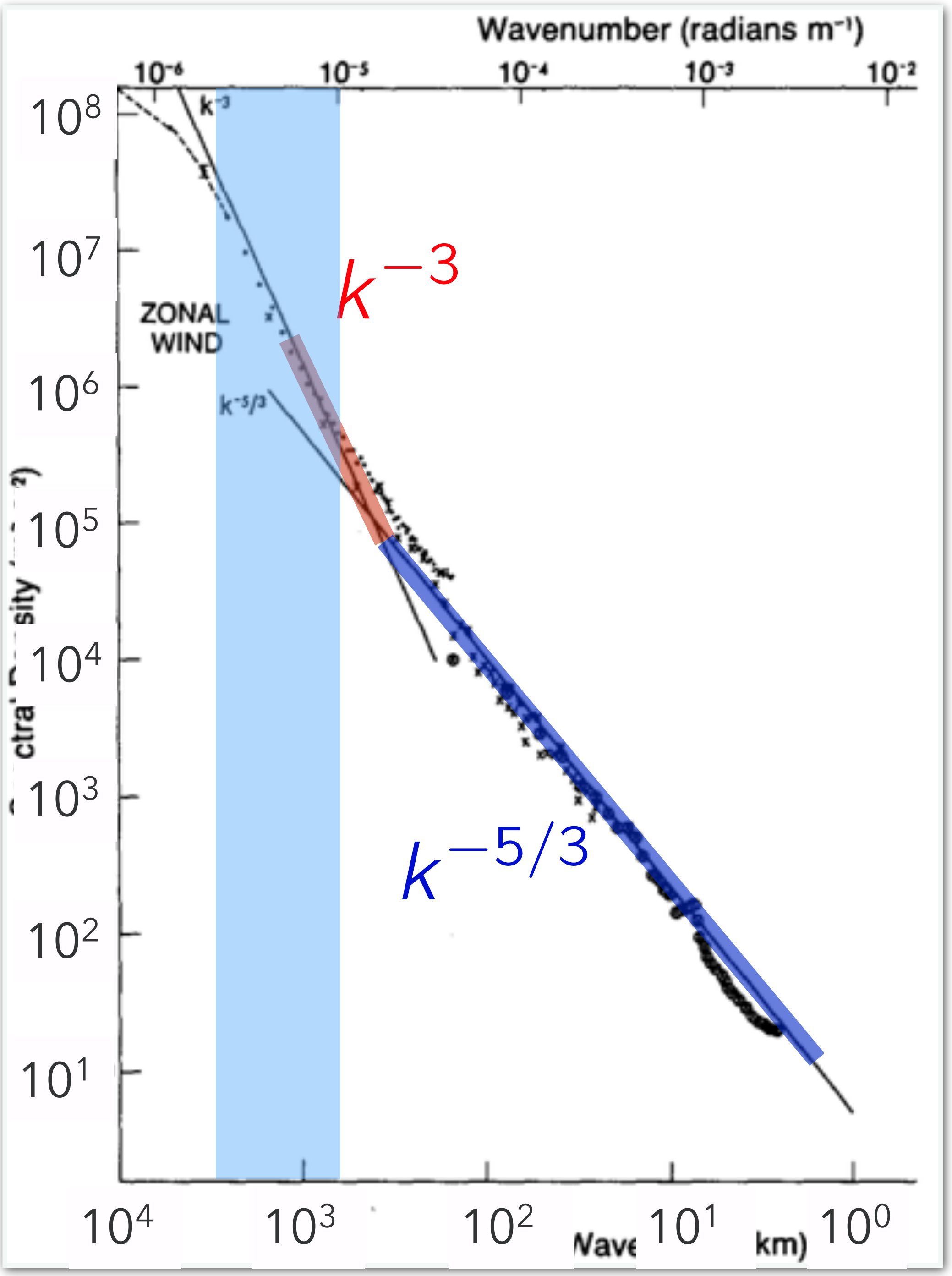


Nastrom-Gage スペクトル

Nastrom-Gage スペクトルの不思議

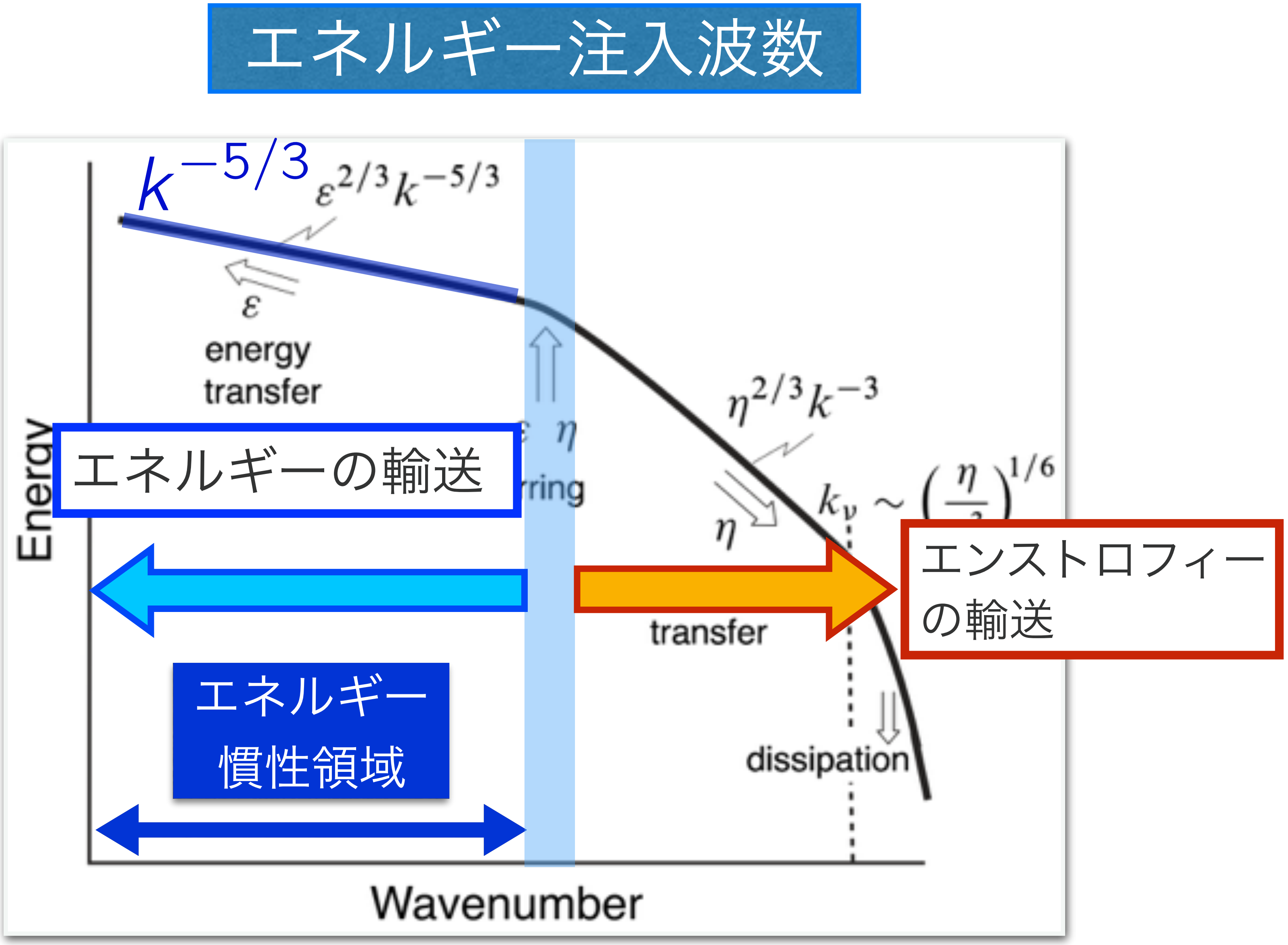


2次元一様等方性乱流の
エネルギースペクトルの概念図[Vallis (2006)]

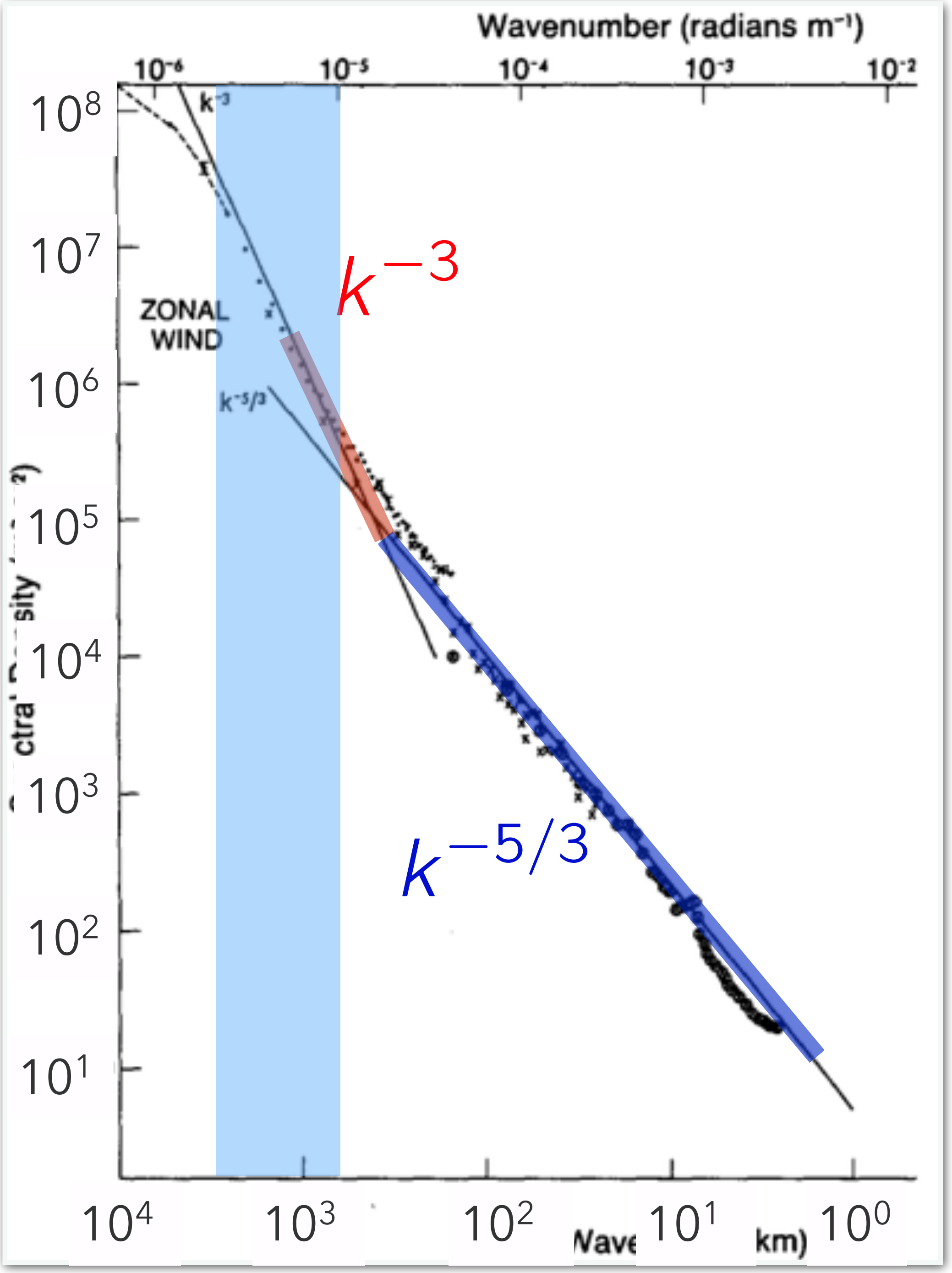


Nastrom-Gage スペクトル

Nastrom-Gage スペクトルの不思議

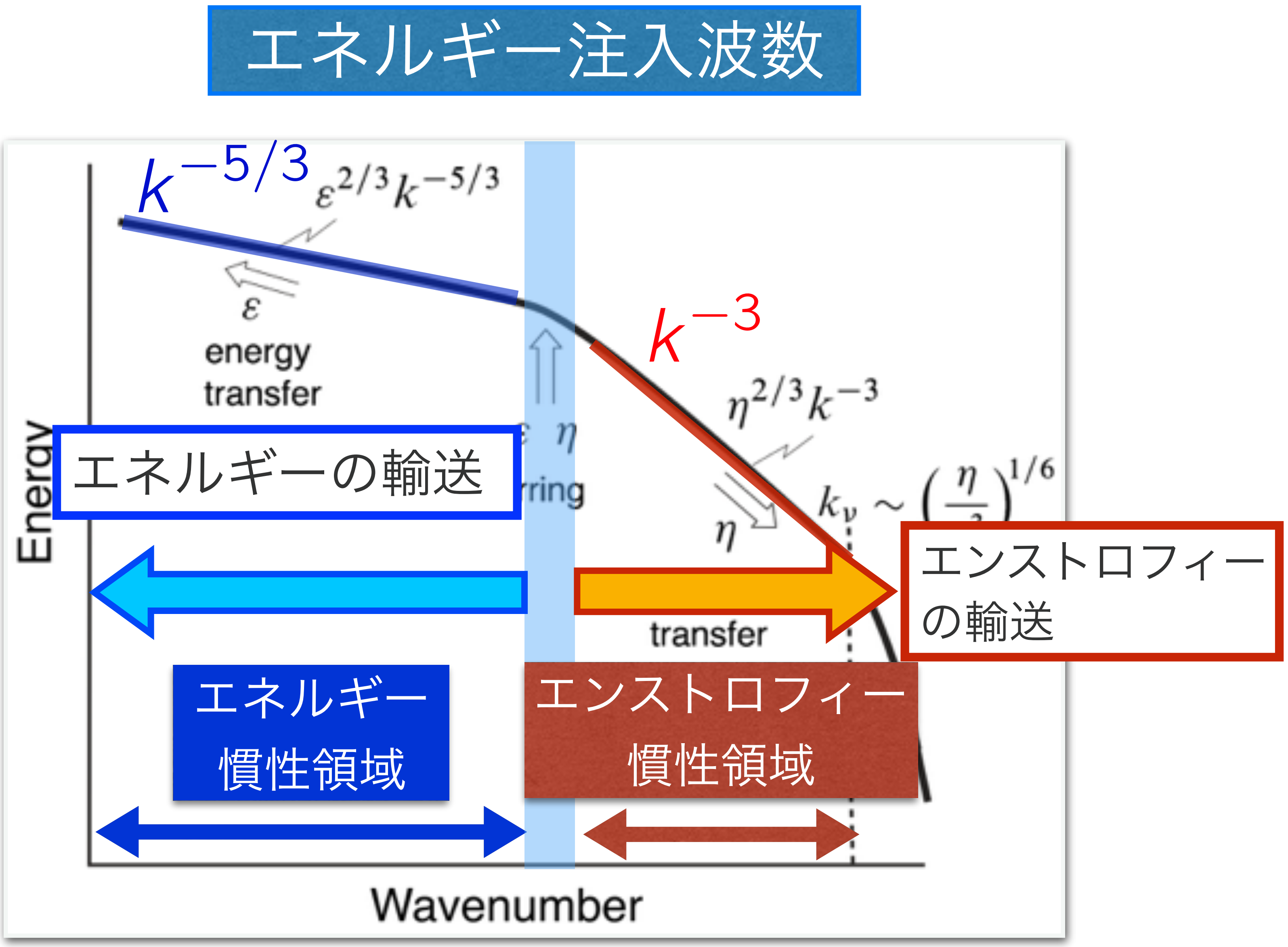


2次元一様等方性乱流の
エネルギースペクトルの概念図[Vallis (2006)]

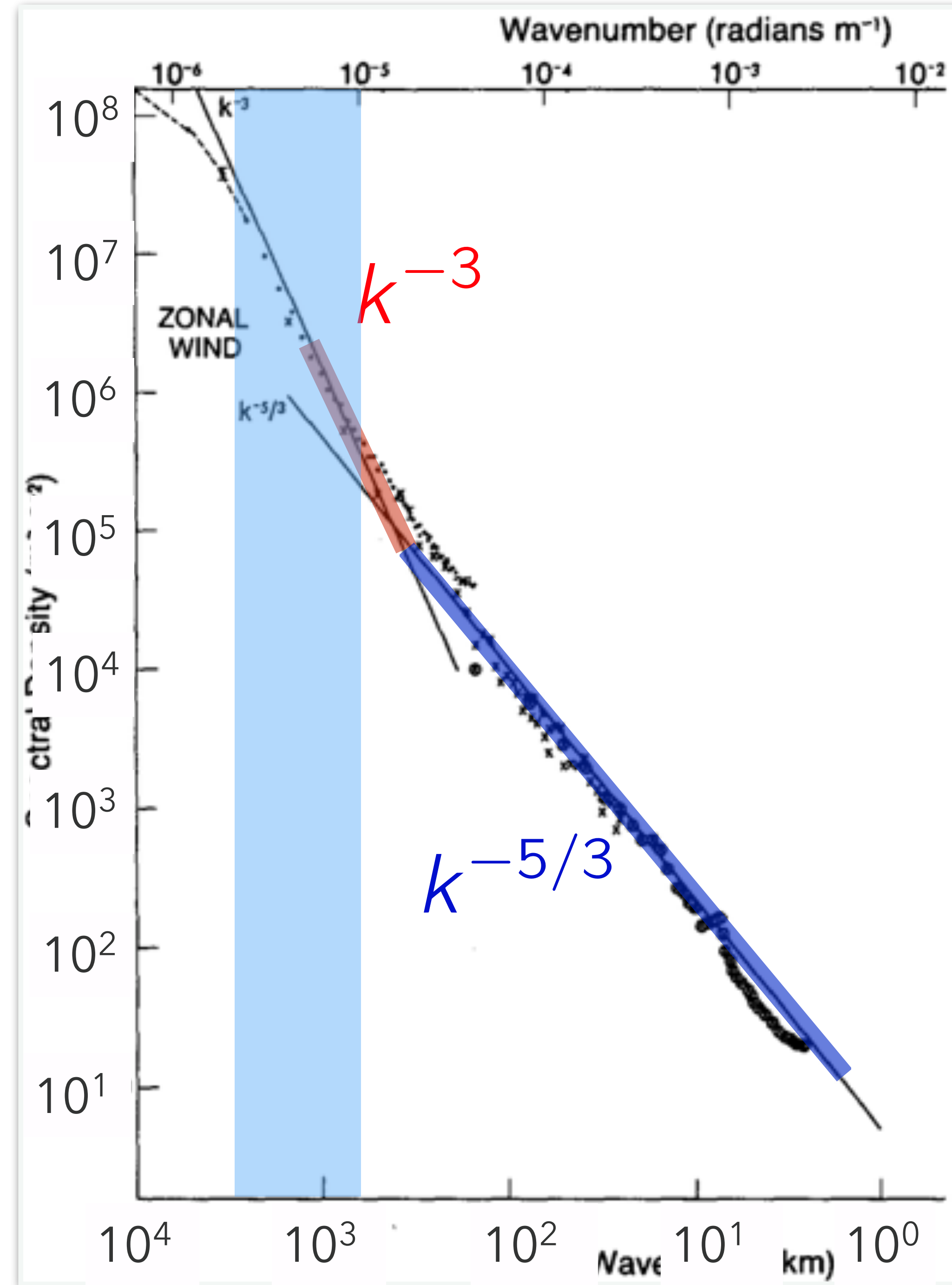


Nastrom-Gage スペクトル

Nastrom-Gage スペクトルの不思議

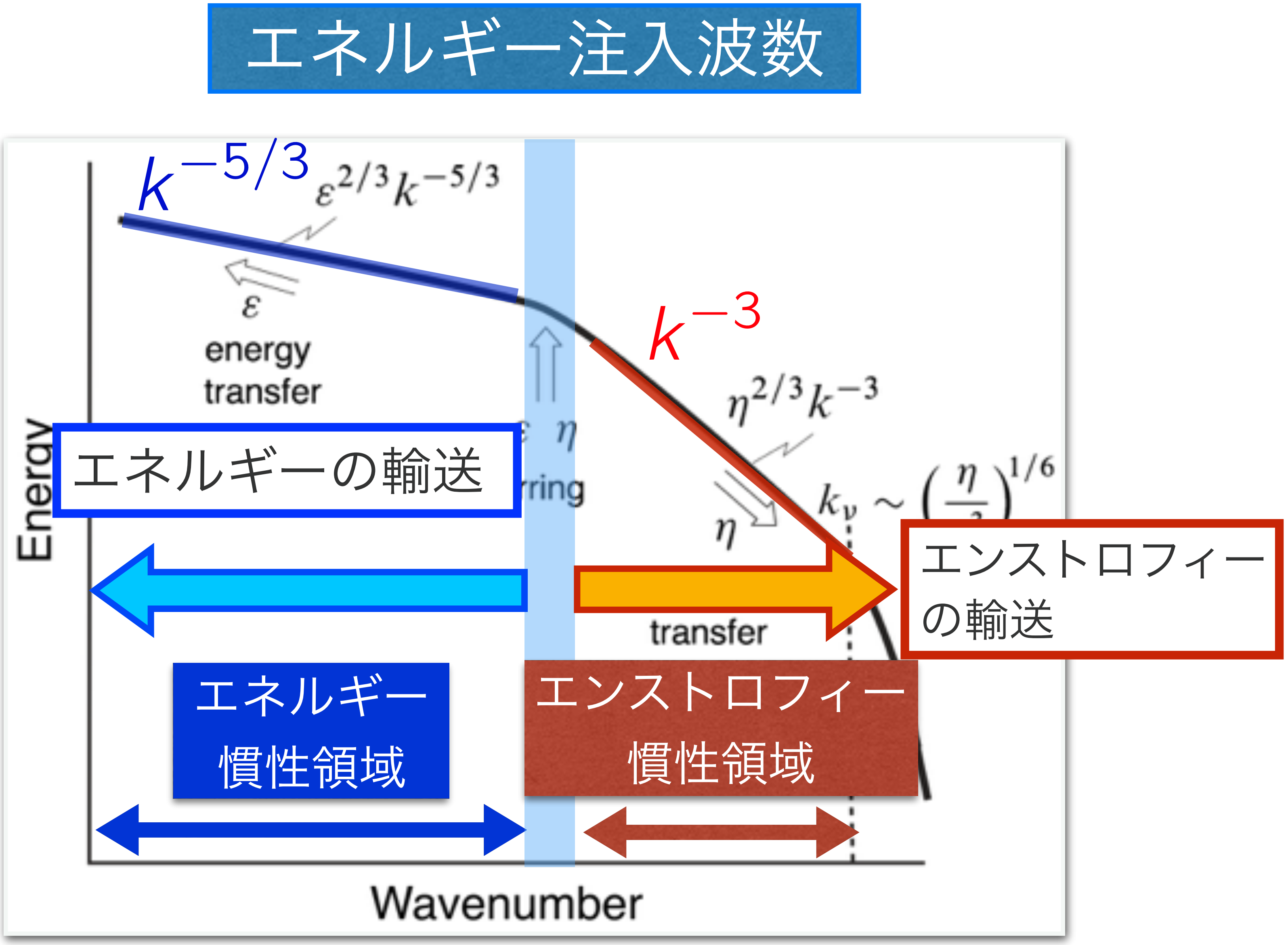


2次元一様等方性乱流の
エネルギースペクトルの概念図[Vallis (2006)]

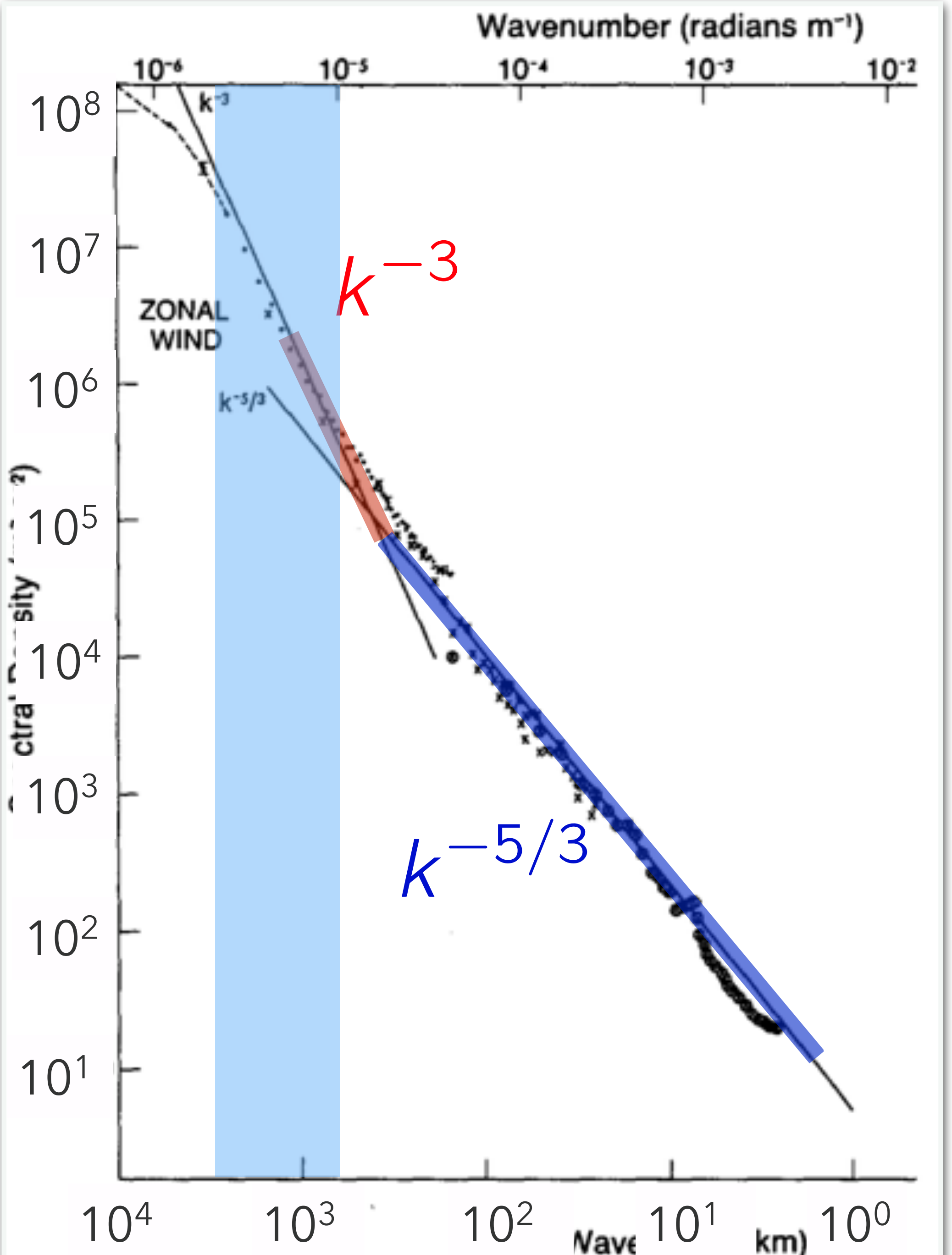


Nastrom-Gage スペクトル

Nastrom-Gage スペクトルの不思議



2次元一様等方性乱流の
エネルギースペクトルの概念図[Vallis (2006)]

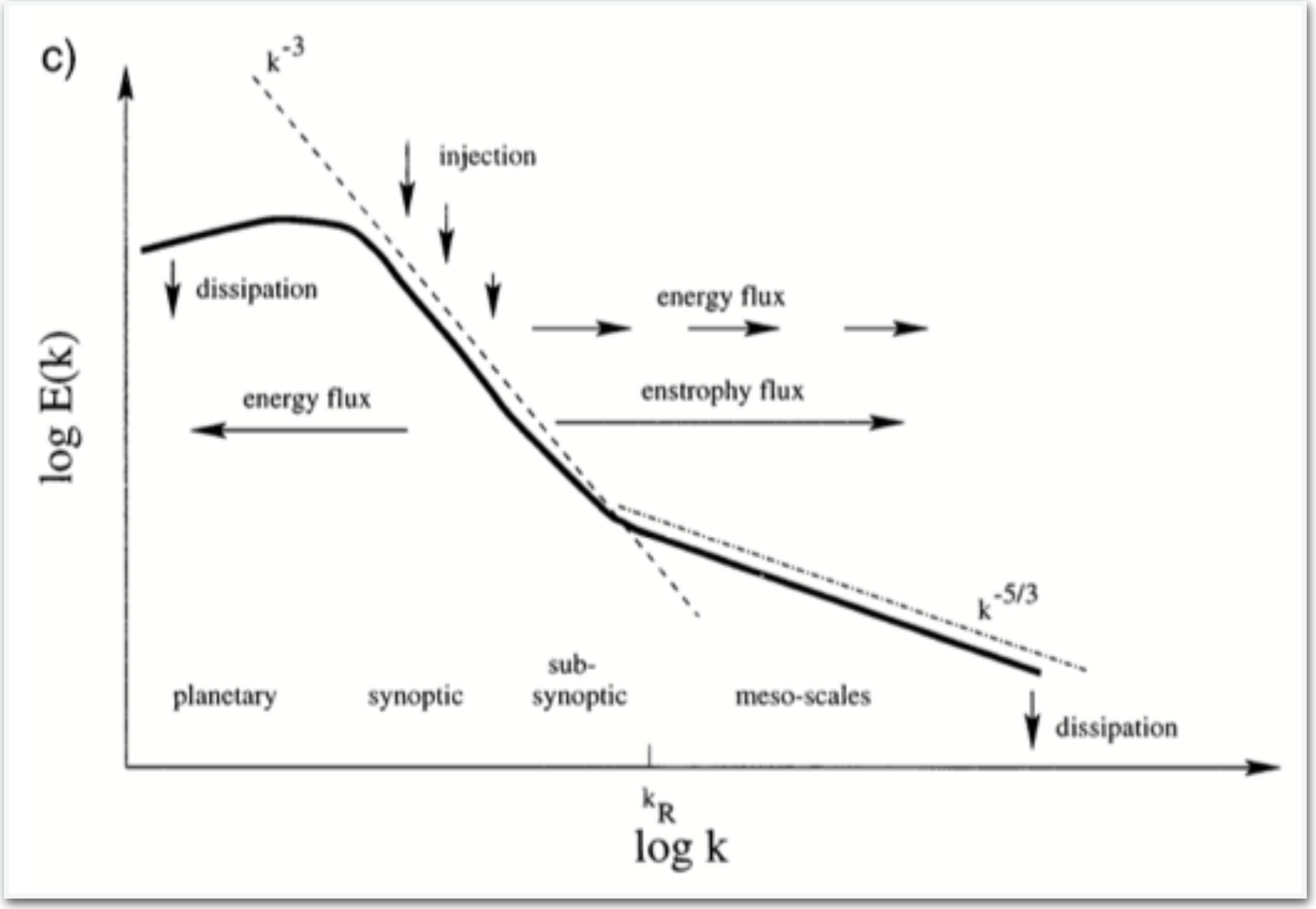


Nastrom-Gage スペクトル

エネルギー注入波数よりも高波数側にある $k^{-5/3}$ の成因が不明

準地衡 2 層モデルによる再現

- 準地衡 2 層モデルで Nastrom-Gage スペクトルを再現 (Tung and Orland 2003)
  - 「高波数側への『隠れたエネルギーカスケード』によって, $k^{-5/3}$ のスペクトルが形成される」というメカニズムを提唱

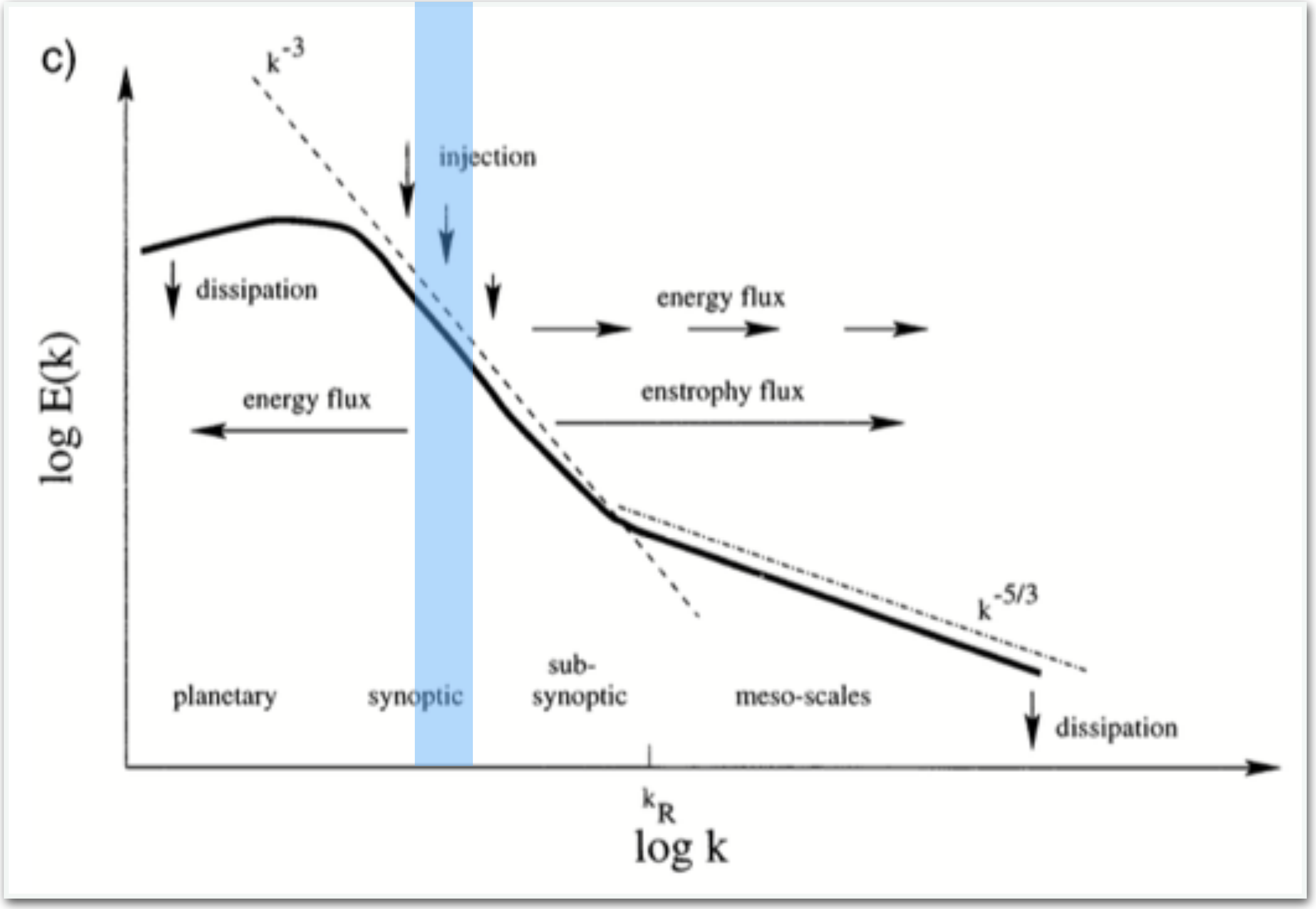


Tung and Orland (2003) Fig.2(c).

準地衡 2 層モデルによる再現

- 準地衡 2 層モデルで Nastrom-Gage スペクトルを再現 (Tung and Orland 2003)
  - 「高波数側への『隠れたエネルギーカスケード』によって, $k^{-5/3}$ のスペクトルが形成される」というメカニズムを提唱

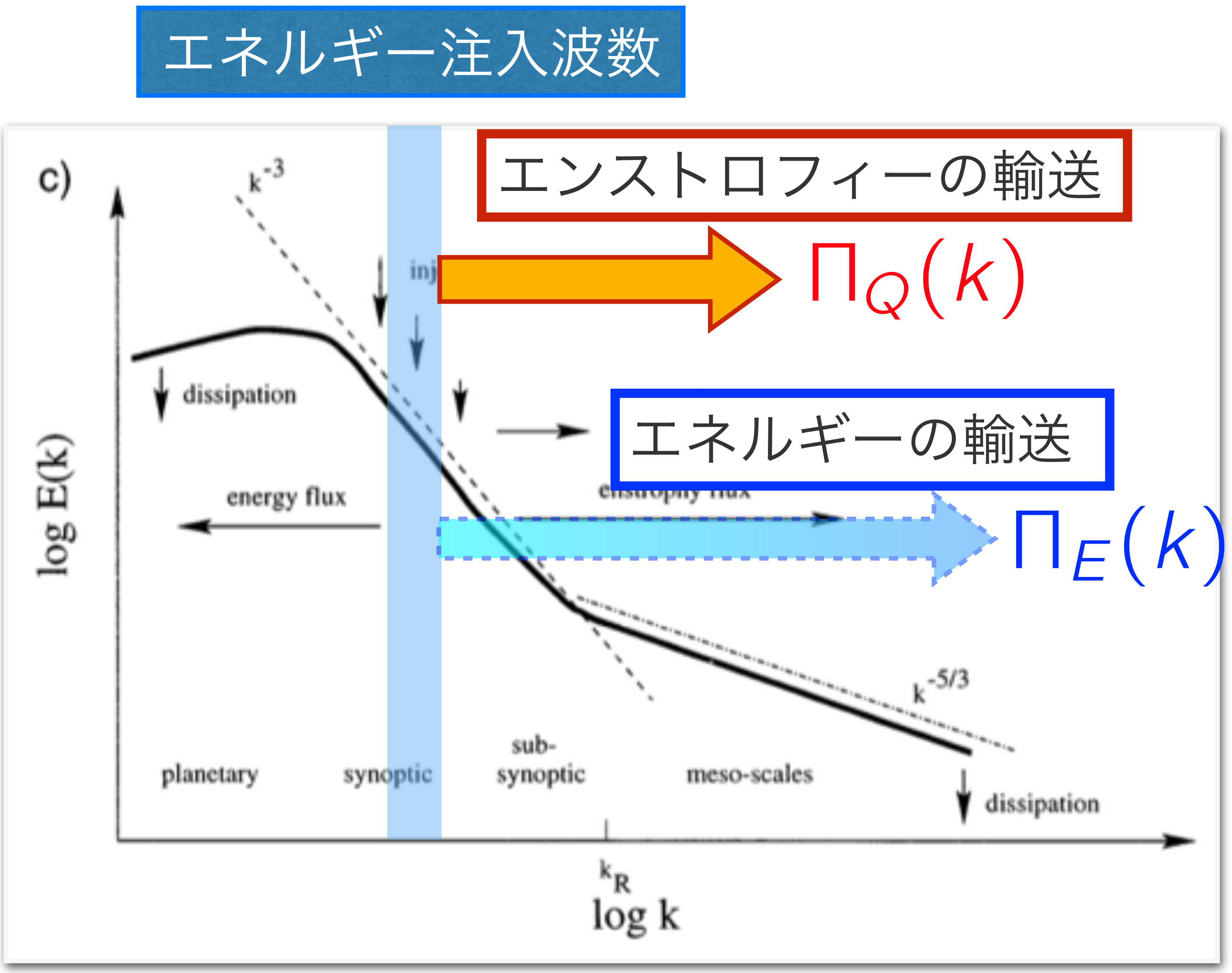
エネルギー注入波数



Tung and Orland (2003) Fig.2(c).

準地衡 2 層モデルによる再現

- 準地衡 2 層モデルで Nastrom-Gage スペクトルを再現 (Tung and Orland 2003)
  - 「高波数側への『隠れたエネルギーカスケード』によって, $k^{-5/3}$ のスペクトルが形成される」というメカニズムを提唱

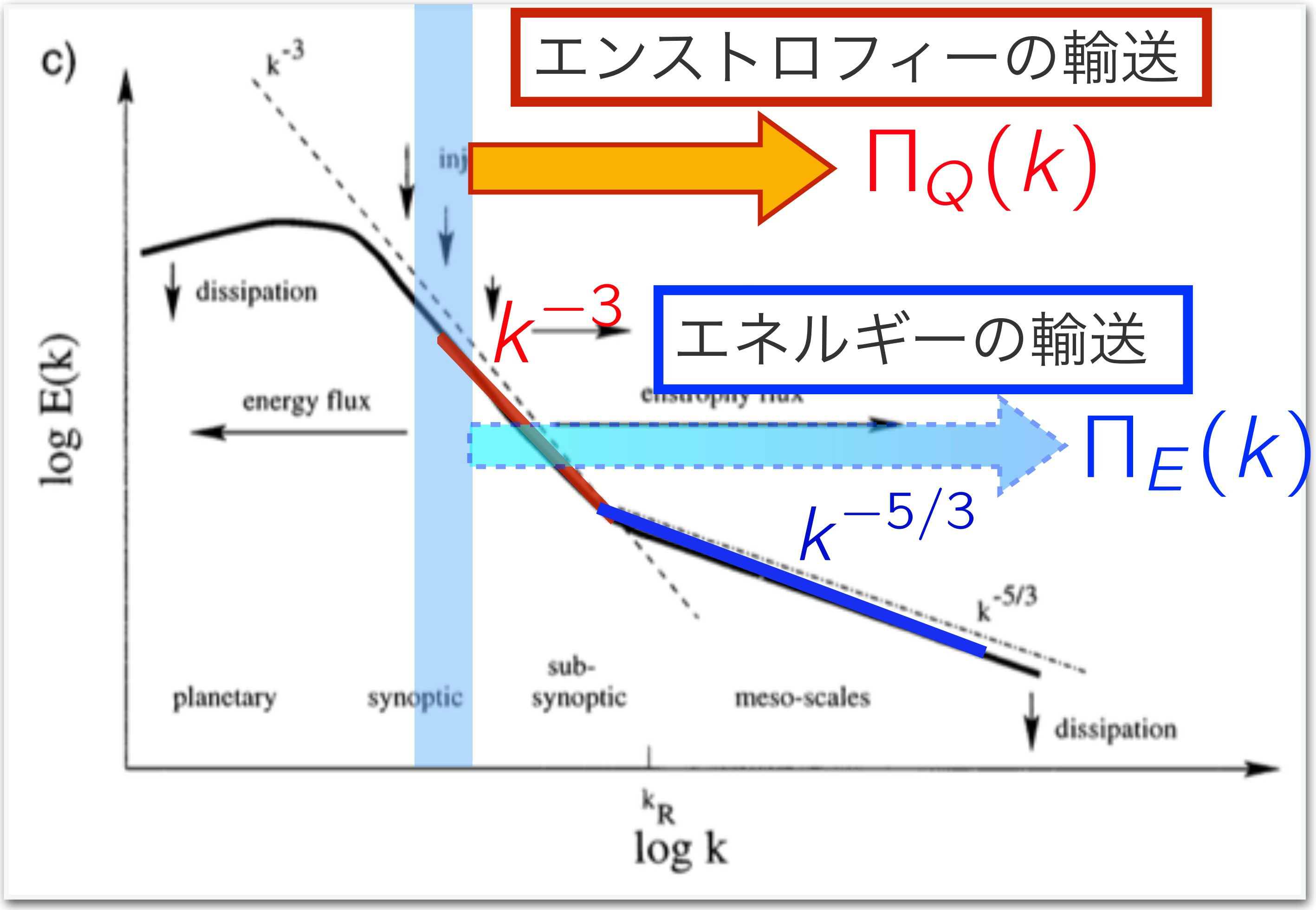


Tung and Orland (2003) Fig.2(c).

準地衡 2 層モデルによる再現

- 準地衡 2 層モデルで Nastrom-Gage スペクトルを再現 (Tung and Orland 2003)
  - 「高波数側への『隠れたエネルギーカスケード』によって, $k^{-5/3}$ のスペクトルが形成される」というメカニズムを提唱

エネルギー注入波数



Tung and Orland (2003) Fig.2(c).

Tung and Orland (2003) の主張

- 準地衡2層モデルにおいて, エネルギー注入波数よりも高波数側の慣性領域で, エネルギーフラックス $\Pi_\mathrm{E}(k)$ とエンストロフィーフラックス $\Pi_\mathrm{Q}(k)$ に対して,

$$\boxed{k^2\Pi_\mathrm{E}(k) - \Pi_\mathrm{Q}(k) > 0}$$

となる波数帯域があり, そこで $k^{-5/3}$ のスペクトルが形成される, と主張.

- つまり, 「エネルギー輸送がエンストロフィー輸送を卓越する波数帯域」の存在を主張
- 数学的には, その成立の可能性が示唆されているのみ

本研究の目的

- Tung and Orland (2003) によって提唱された Nastrom-Gage スペクトルの形成メカニズムが成立するかを確認する
  - 準地衡 2 層モデルを用いた数値シミュレーションにより, Nastrom-Gage スペクトルが再現できるかを確かめる
  - $k^2\Pi_\mathrm{E}(k) - \Pi_\mathrm{Q}(k)$ の符号を調べる

1. はじめに

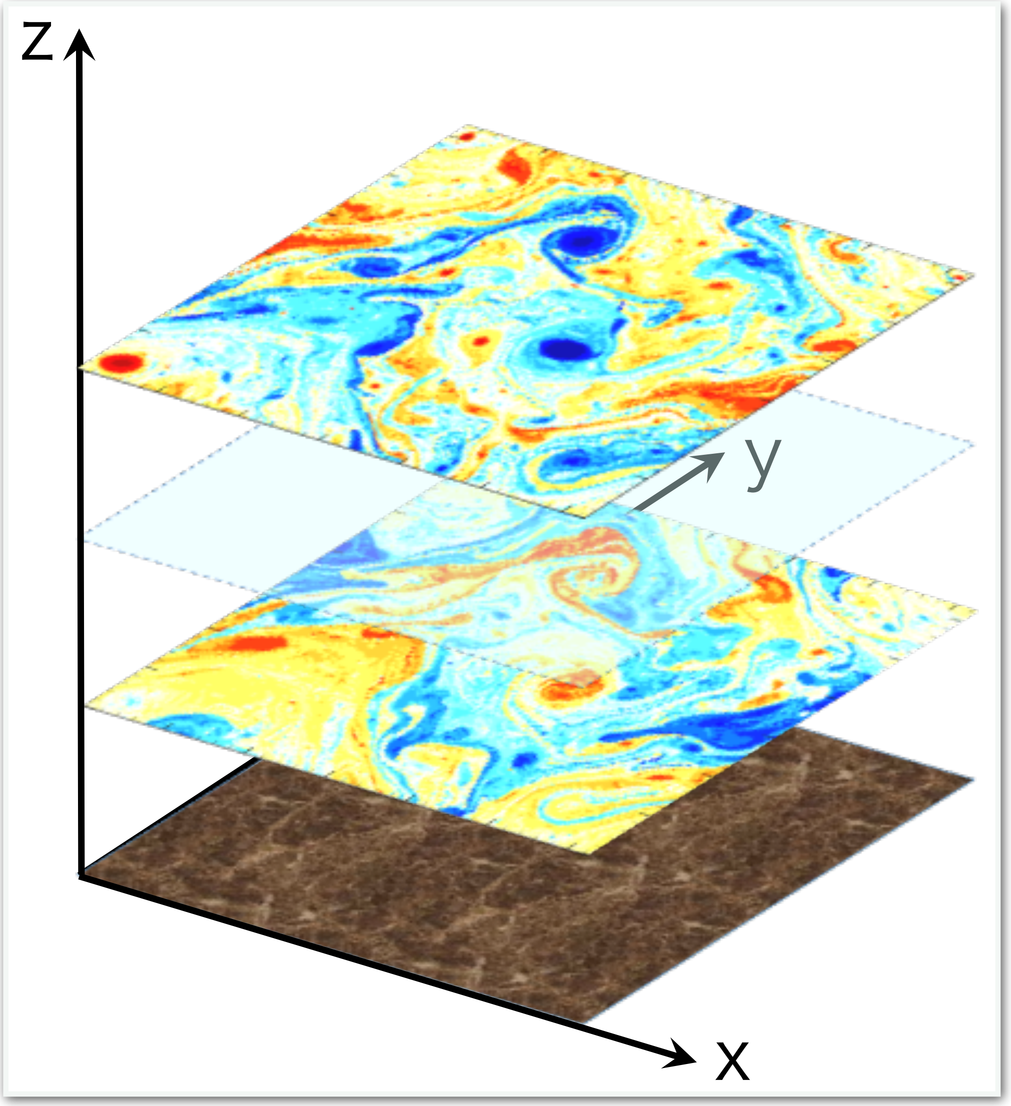
2. 数値モデルについて

3. 数値計算の結果

4. まとめ

系の設定

- Larichev and Held (1995) に基づく, 準地衡 2 層モデル
  - f 平面上のブシネスク流体
  - 鉛直方向に静水圧平衡を仮定
  - 境界条件... 水平方向は周期的, 上下に固体壁が存在
  - 鉛直シアーをもつ水平面内で一様な東西平均流を与えることで系を強制
  - 超粘性とエクマンダンピングによって系の外にエネルギーを散逸する



支配方程式

- 2層モデルにおける準地衡渦位方程式を変形し, 強制と散逸の項を加えた式

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial t} + J(\psi, \nabla^2 \psi) + J(\tau, \nabla^2 \tau) + U\frac{\partial \nabla^2 \tau}{\partial x}$$
$$= -\kappa \nabla^2 \frac{\psi - \tau}{2} - \nu \nabla^8 (\nabla^2 \psi) - \frac{1}{2}\Delta\nu \nabla^8 \{\nabla^2 \psi - (\nabla^2 - k_d^2)\tau\}$$

$$\frac{\partial (\nabla^2 \tau - k_d^2 \tau)}{\partial t} + J(\psi, \nabla^2 \tau - k_d^2 \tau) + J(\tau, \nabla^2 \psi) + U\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial x} + k_d^2 U \frac{\partial \psi}{\partial x}$$
$$= -\kappa \nabla^2 \frac{\tau - \psi}{2} - \nu \nabla^8 (\nabla^2 \tau - k_d^2 \tau) - \frac{1}{2}\Delta\nu \nabla^8 \{(\nabla^2 - k_d^2)\tau - \nabla^2 \psi\}$$

ψ ...順圧モードの流線函数
τ ...傾圧モードの流線函数
k_d^{-1} ...変形半径
U ...東西平均流の速さ
$J(*, *)$ ...ヤコビアン
κ ...エクマンダンピング係数
ν ...上層の粘性係数
$\Delta\nu$...上層と下層の粘性係数の差

支配方程式

- 2層モデルにおける準地衡渦位方程式を変形し, 強制と散逸の項を加えた式

順圧モード(=上層と下層の運動の平均を表す)の式

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial t} + J(\psi, \nabla^2 \psi) + J(\tau, \nabla^2 \tau) + U \frac{\partial \nabla^2 \tau}{\partial x}$$
$$= -\kappa \nabla^2 \frac{\psi - \tau}{2} - \nu \nabla^8 (\nabla^2 \psi) - \frac{1}{2} \Delta\nu \nabla^8 \{\nabla^2 \psi - (\nabla^2 - k_d^2)\tau\}$$

傾圧モード(=上層と下層の相対運動を表す)の式

$$\frac{\partial (\nabla^2 \tau - k_d^2 \tau)}{\partial t} + J(\psi, \nabla^2 \tau - k_d^2 \tau) + J(\tau, \nabla^2 \psi) + U \frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial x} + k_d^2 U \frac{\partial \psi}{\partial x}$$
$$= -\kappa \nabla^2 \frac{\tau - \psi}{2} - \nu \nabla^8 (\nabla^2 \tau - k_d^2 \tau) - \frac{1}{2} \Delta\nu \nabla^8 \{(\nabla^2 - k_d^2)\tau - \nabla^2 \psi\}$$

ψ ...順圧モードの流線函数
τ ...傾圧モードの流線函数
k_d^{-1} ...変形半径
U ...東西平均流の速さ
$J(*, *)$ ...ヤコビアン
κ ...エクマンダンピング係数
ν ...上層の粘性係数
$\Delta\nu$...上層と下層の粘性係数の差

計算方法・初期値

- 空間離散法は, スペクトル法
- 時間積分法は, 4 次のルンゲ・クッタ法
- 低解像度 (256^2) の計算からスピンアップを行なって, より高解像度 (512^2, 1024^2) の計算を行う
- 統計的平衡状態に達したと思われる時刻で計算を止め, 最後の時刻を 初期値としてより高解像度の計算を行う
  - 解析には, 1024^2 の計算結果を利用
- 初期値は, 順圧・傾圧モードのエネルギースペクトルを全波数で 6.0×10^{-8} とした
- パラメータは以下の通り
  - $k_d = 1.0 \times 10^1$
  - $U = 2.5 \times 10^{-2}$
  - $\kappa = 4.0 \times 10^{-2}$
  - 粘性係数 ν は解像度によって変える
    - 256^2 のとき: $\nu = 1.350 \times 10^{-14}$
    - 512^2 のとき: $\nu = 5.280 \times 10^{-17}$
    - 1024^2 のとき: $\nu = 2.017 \times 10^{-19}$

1. はじめに

2. 数値モデルについて

3. 数値計算の結果

4. まとめ

計算設定

上下層で同じ粘性係数を与えた場合

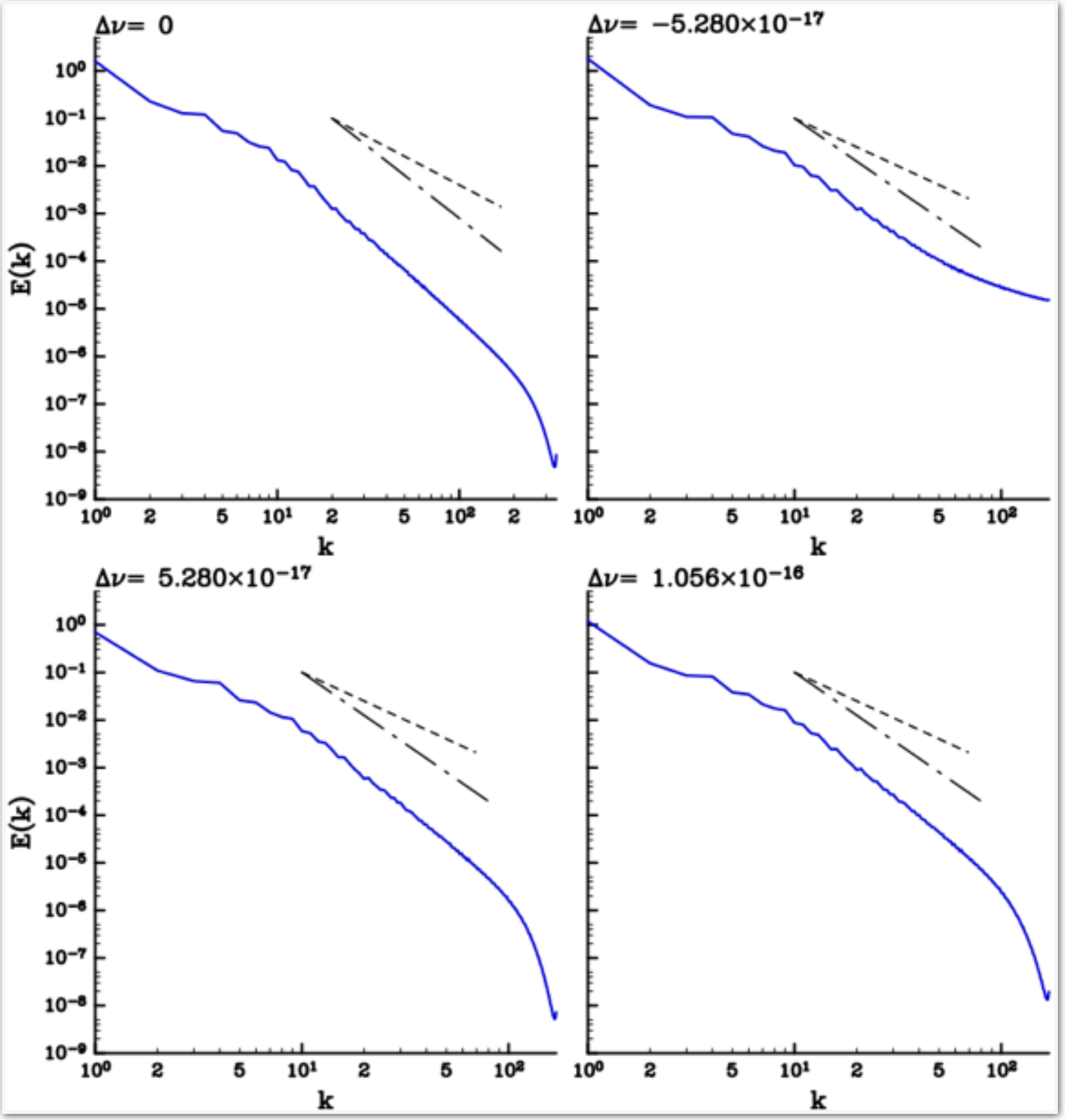
下層の粘性係数がゼロの場合

下層の粘性係数が上層よりも大きい場合

	case1	case2	case3	case4
$\Delta\nu$の値	0	-5.280×10^{-17}	5.280×10^{-17}	1.056×10^{-16}
解像度	1024^2	512^2		
切断波数	341	170		
解析時間	$t \in [1800, 2000]$	$t \in [1300, 1500]$		

エネルギースペクトルの比較

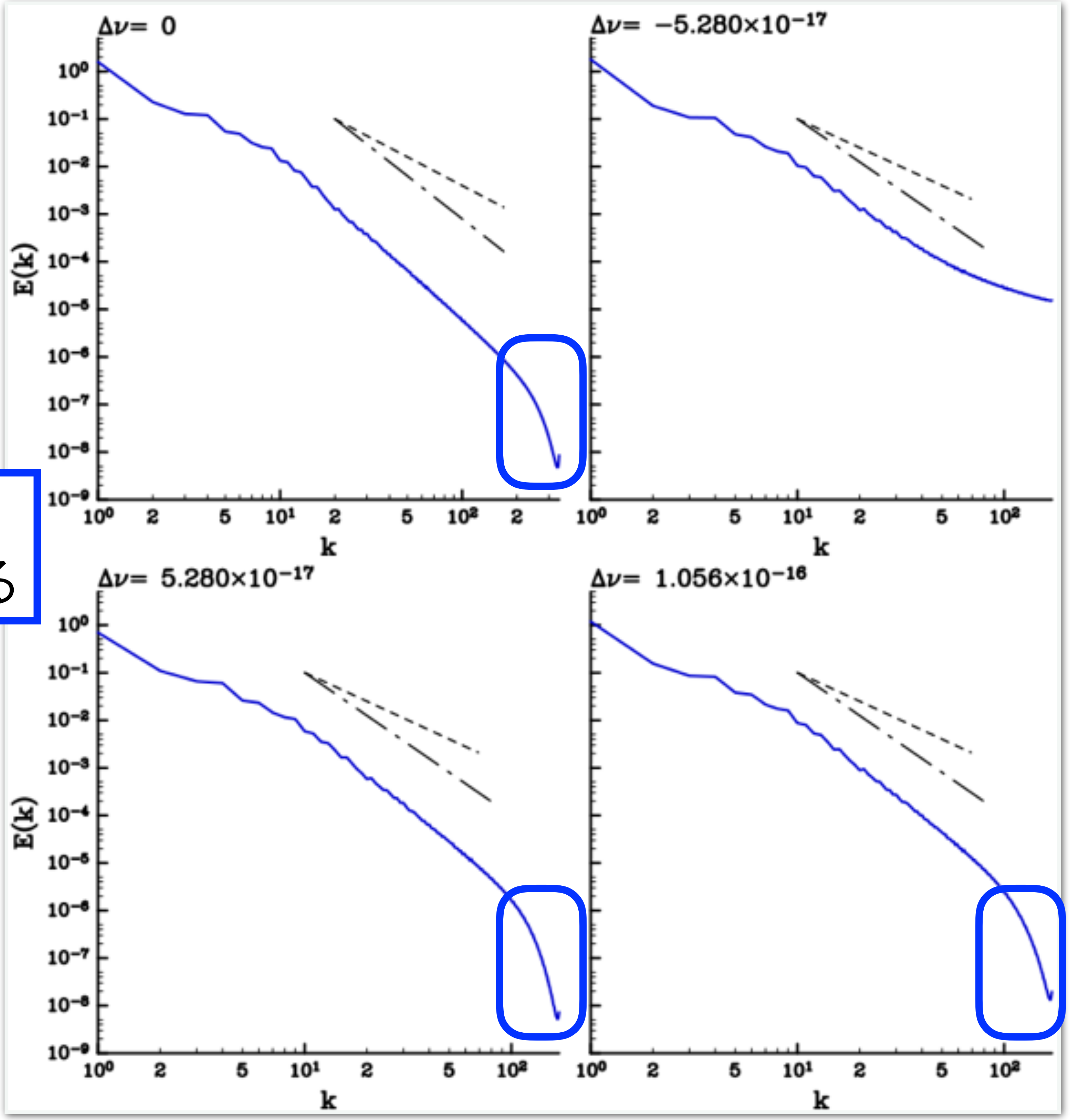
横軸: 波数,
縦軸: エネルギースペクトル
点線は k^{-3} の傾き,
一点鎖線は$k^{-5/3}$ の傾きを表す.



エネルギースペクトルの比較

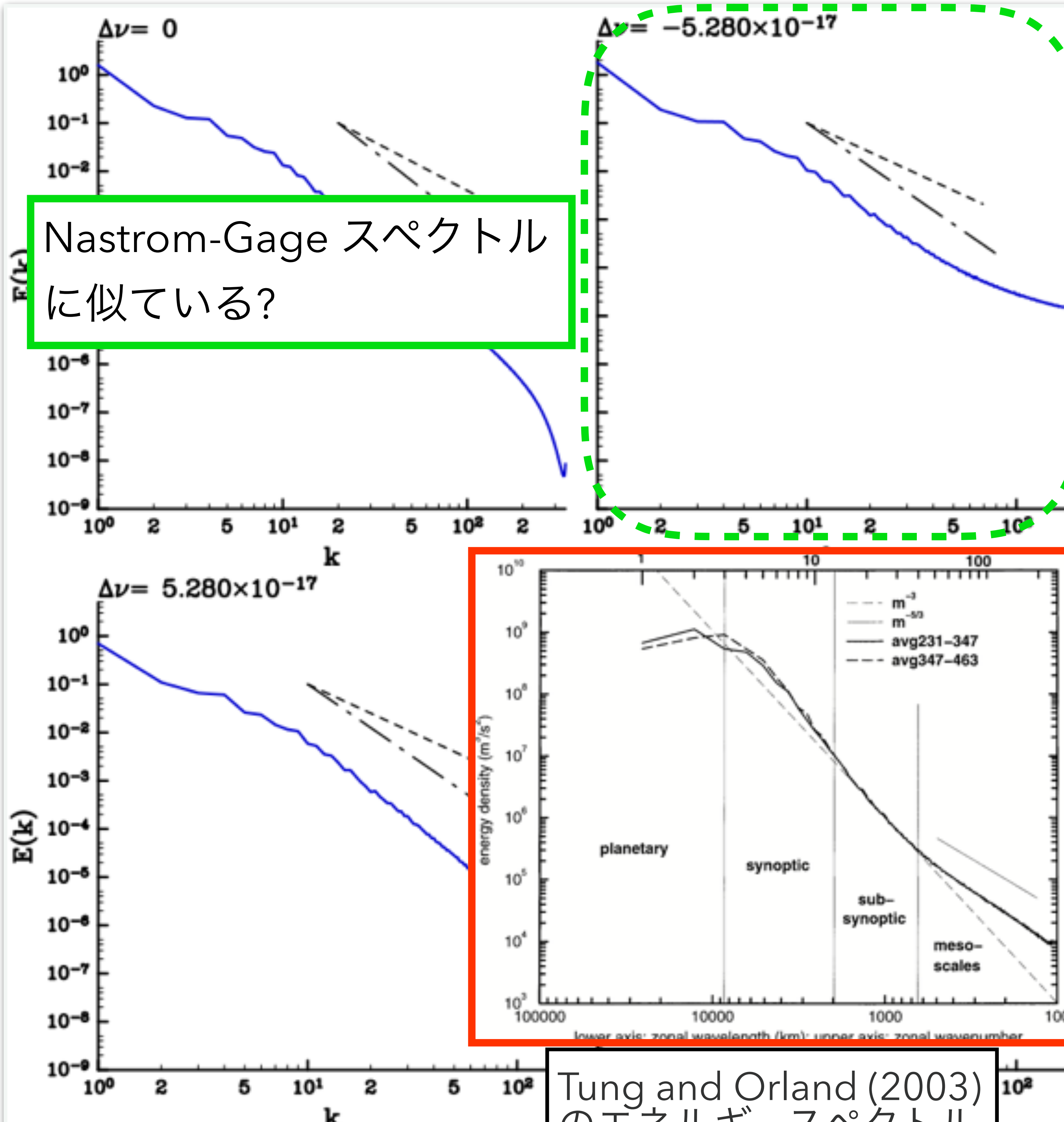
横軸: 波数,
縦軸: エネルギースペクトル
点線は k^{-3} の傾き,
一点鎖線は$k^{-5/3}$ の傾きを表す.

散逸波数が
解像できている



エネルギースペクトルの比較

横軸: 波数,
縦軸: エネルギースペクトル
点線は k^{-3} の傾き,
一点鎖線は$k^{-5/3}$ の傾きを表す.

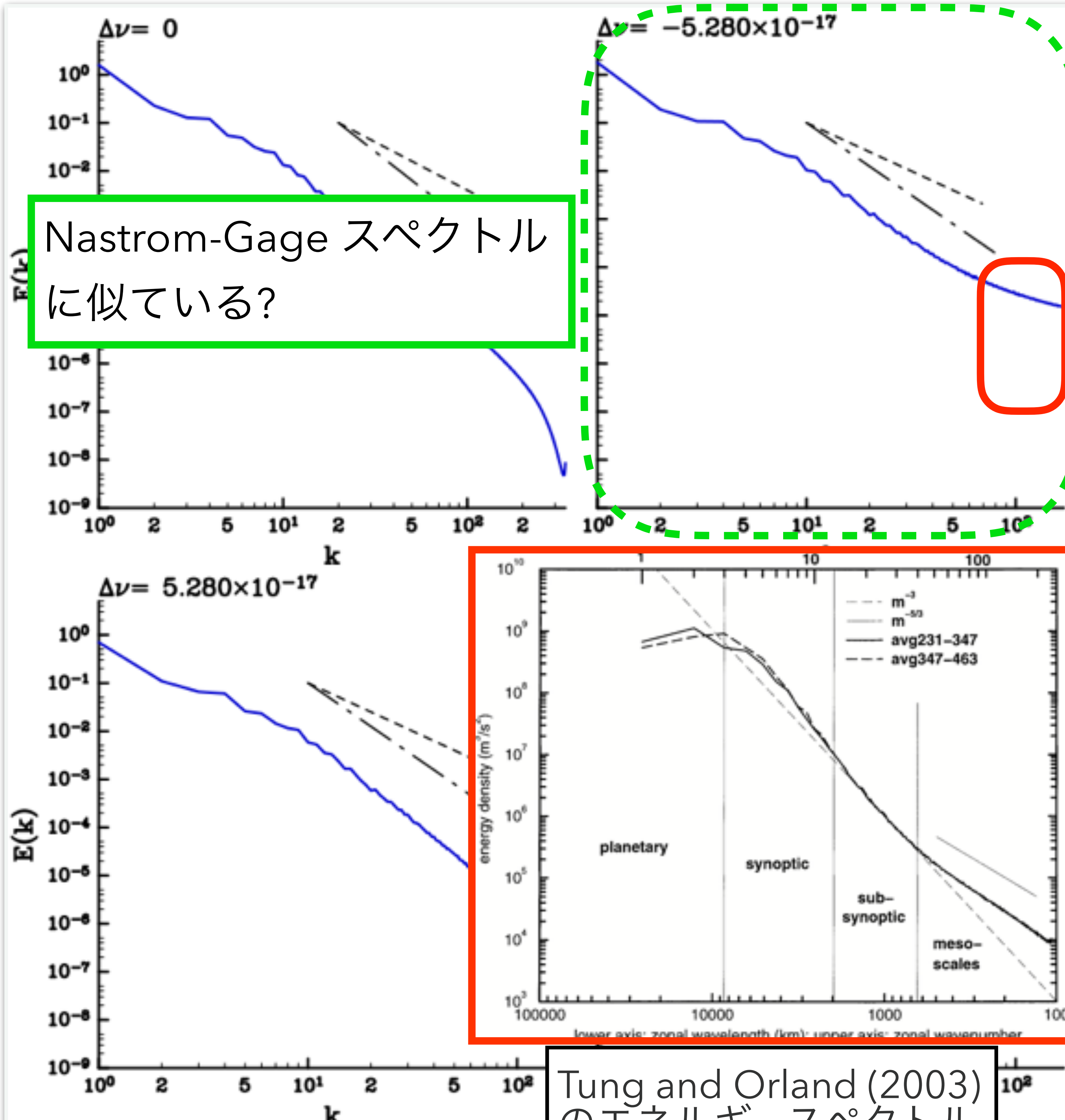


Nastrom-Gage スペクトルに似ている?

Tung and Orland (2003) のエネルギースペクトル

エネルギースペクトルの比較

横軸: 波数,
縦軸: エネルギースペクトル
点線は k^{-3} の傾き,
一点鎖線は$k^{-5/3}$の傾きを表す.



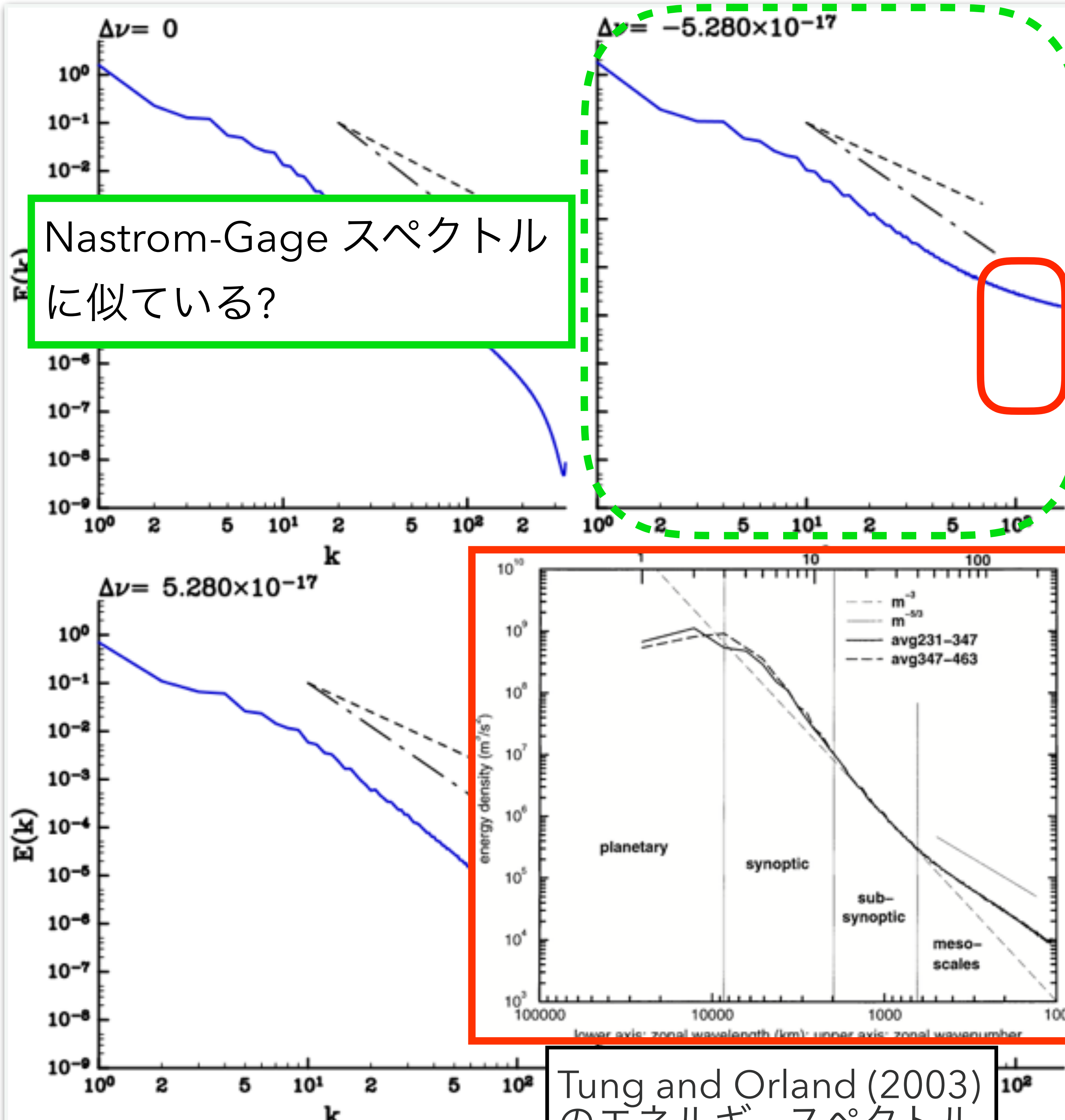
Nastrom-Gage スペクトルに似ている?

散逸波数が解像できていない

Tung and Orland (2003)のエネルギースペクトル

エネルギースペクトルの比較

横軸: 波数,
縦軸: エネルギースペクトル
点線は k^{-3} の傾き,
一点鎖線は $k^{-5/3}$ の傾きを表す.



Nastrom-Gage スペクトルに似ている?

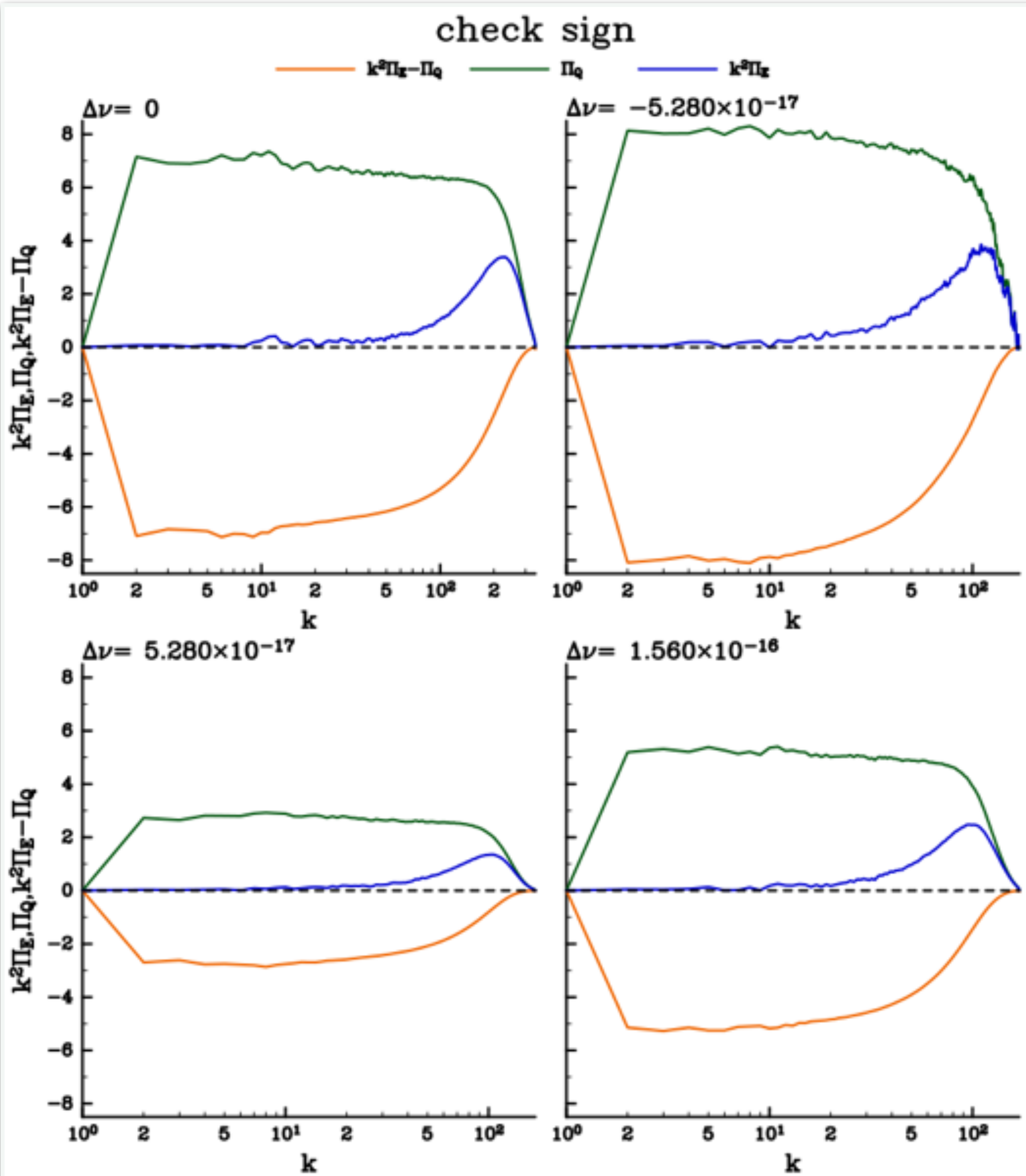
散逸波数が解像できていない

粘性係数が小さすぎるのが原因

Tung and Orland (2003) も同様のことが起こっている?

Tung and Orland (2003) のエネルギースペクトル

$k^2\Pi_E(k) - \Pi_Q(k)$ の符号の比較



いずれの場合も符号は正とならなかった

1. はじめに

2. 数値モデルについて

3. 数値計算の結果

4. まとめ

まとめと結論

- Tung and Orland (2003) において述べられた, 準地衡 2 層モデルにおける Nastrom-Gage スペクトル形成のメカニズムが成り立つかを確かめた.
- 高波数領域で $k^{-5/3}$ のスペクトルは得られなかった.
- $k^2\Pi_{\mathrm{E}}(k) - \Pi_{\mathrm{Q}}(k) > 0$ となる波数領域は存在しなかった.
- 本研究の数値実験では, Tung and Orland (2003) で提唱されたメカニズムは成立しなかった.