

## 神戸大集中講義 2012 Part 1

担当 高薮縁（東大大気海洋研究所）

### 「熱帯の気候形成：対流」

1. 熱帯気候の特徴
2. 湿潤大気の実定性と積雲対流
3. メソスケール降雨システム
4. 熱帯の総観規模システム
5. 衛星データによる雲降雨解析，積雲対流と環境場

地球大気のエネルギー収支と大気大循環  
—熱帯の積雲対流が果たす役割—

## 地球と宇宙のエネルギーのやりとり

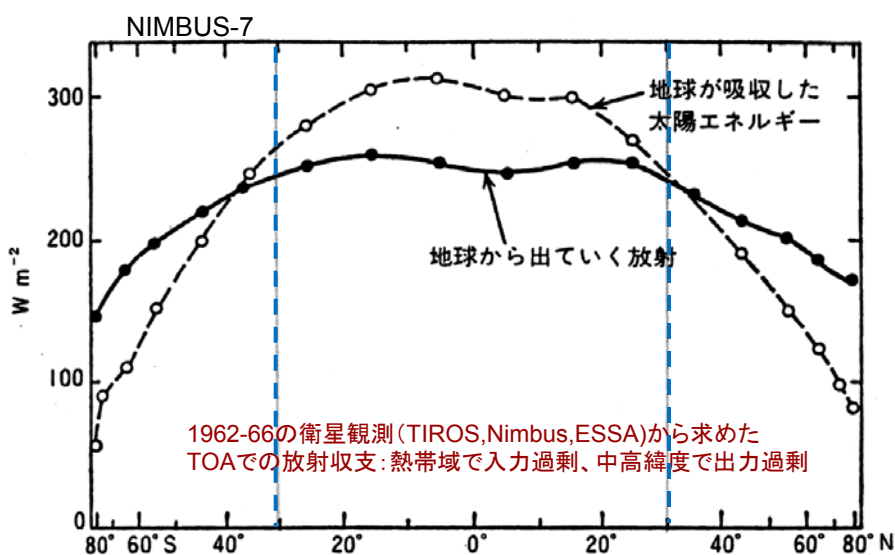
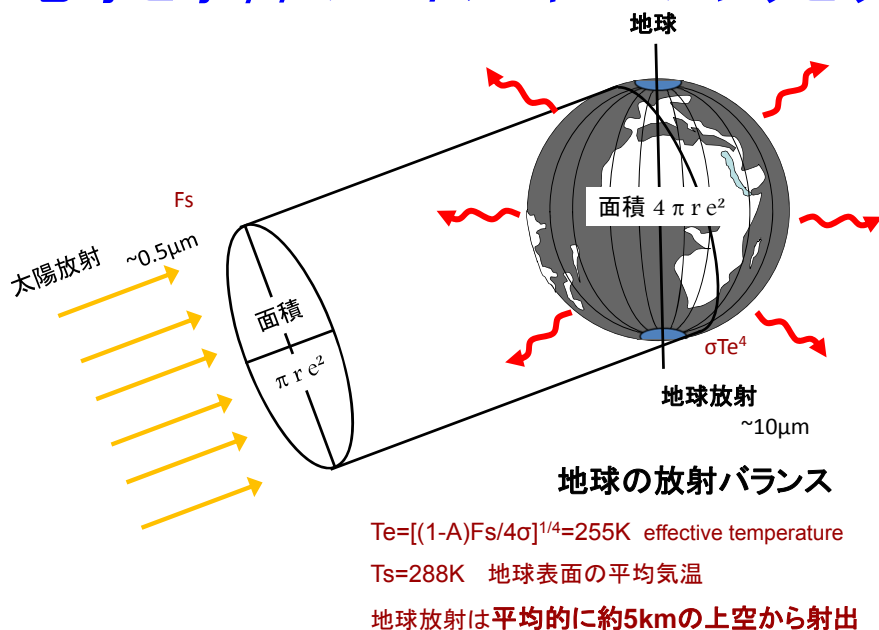


図7.1 地球が吸収する太陽放射量と地球から出ていく放射量の緯度分布 (T. H. Vonder Haar and V. E. Suomi, 1969: *Science*, 163, 667-668.)

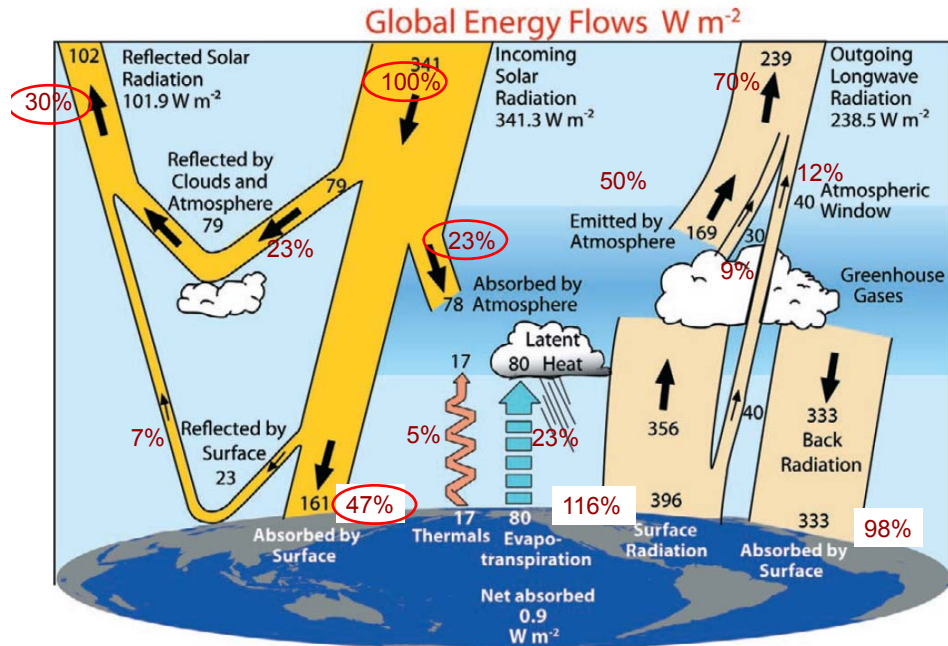


FIG. 1. The global annual mean Earth's energy budget for the Mar 2000 to May 2004 period ( $W m^{-2}$ ). The broad arrows indicate the schematic flow of

- 大気放射収支のアンバランス  
低緯度で加熱され、高緯度で冷却されている。  
同時に下層から加熱され、上層で冷却されている。
- このアンバランスを解消しているのが  
大気と海洋によるエネルギー輸送である。

#### 気候:

入出力エネルギーが  
準バランスした状態

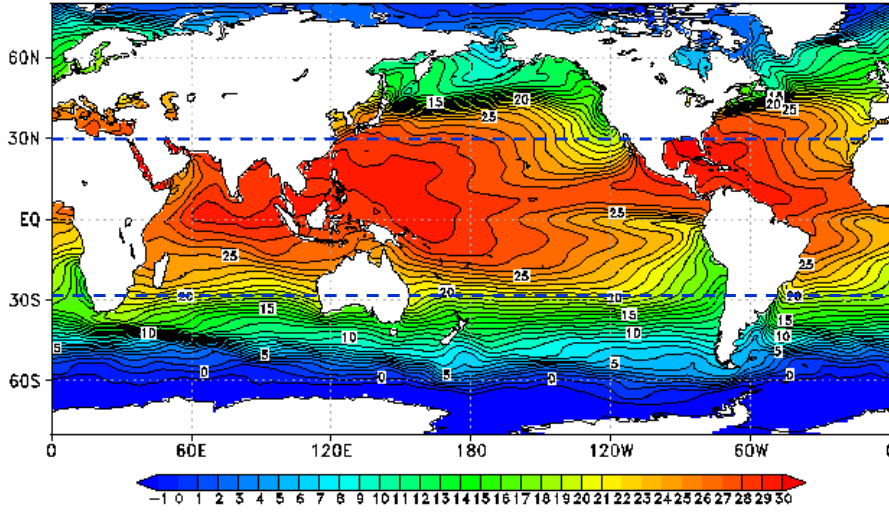
#### 気(海)象:

エネルギー入出力の  
アンバランスを解消する  
比較的短時間の現象

- 中緯度の気象: 南北気温傾度  
主に水平方向のかき混ぜ  
大気の流れ → 雲
- 熱帯の気象: 地球表面の加熱  
主に鉛直方向のかき混ぜ  
雲 → 大気の流れ

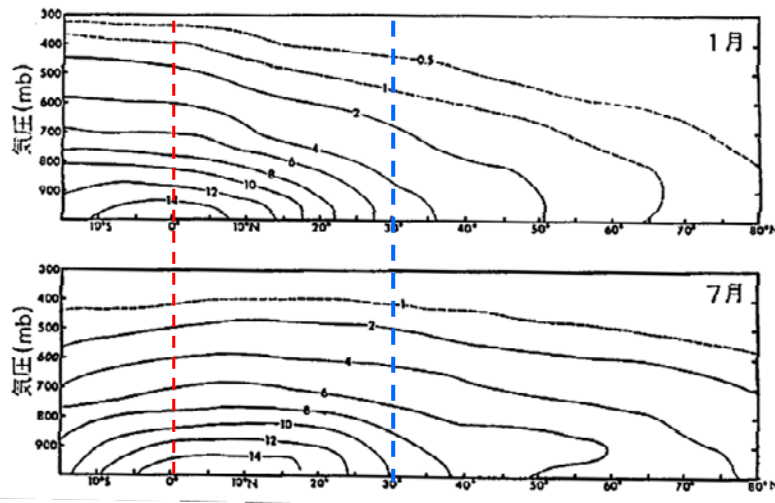
## 熱帯大気の特徴

海面水温 (SST) 2011年8月平均 (気象庁HP)



## 熱帯大気の特徴

経度平均した水蒸気の比湿分布 (Newell et al. 1972)



# 熱帯大気の特徴

湿潤静的エネルギー： $h=C_pT+gz+Lq$

子午面分布とその上方輸送機構の模式図（新田）

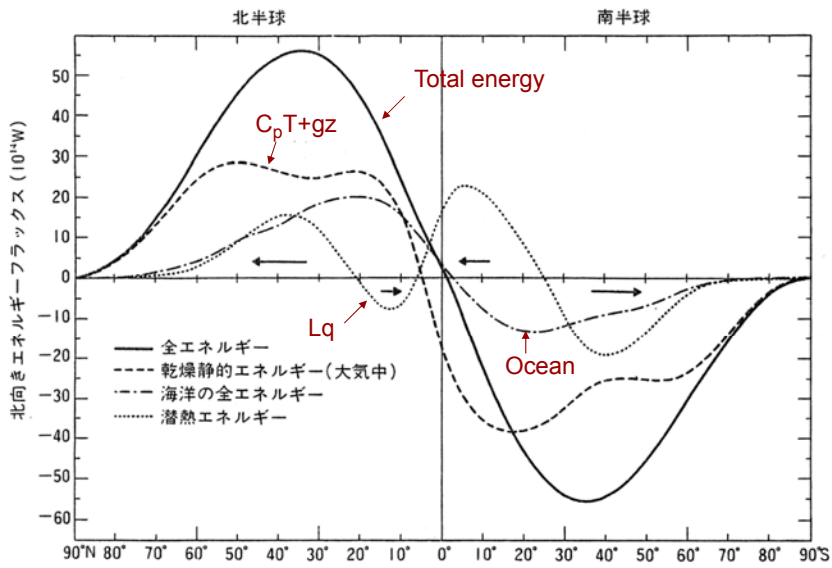
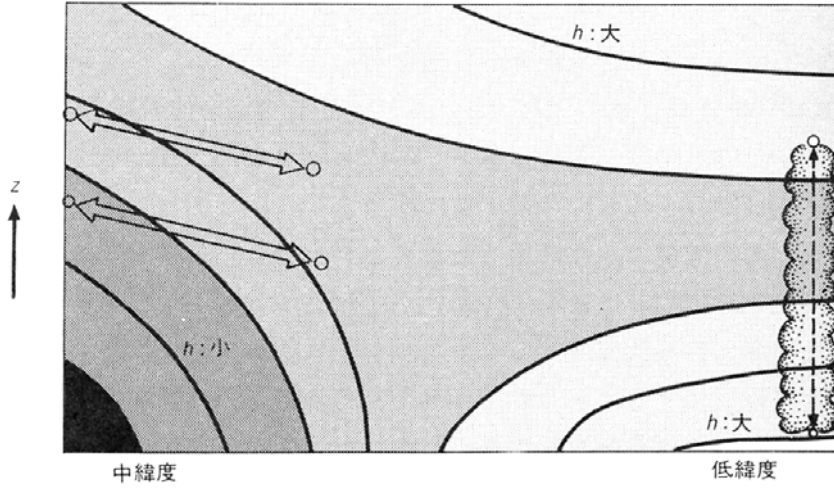


図 3.19 年平均でみたエネルギーの北向き輸送量の南北分布 (Newton, 1972). 実線は大気および海洋で行なっている全エネルギー輸送, 破線は大気中の乾燥静的エネルギー輸送, 点線は大気中の潜熱エネルギー輸送, 一点鎖線は海洋で行なっているエネルギー輸送.

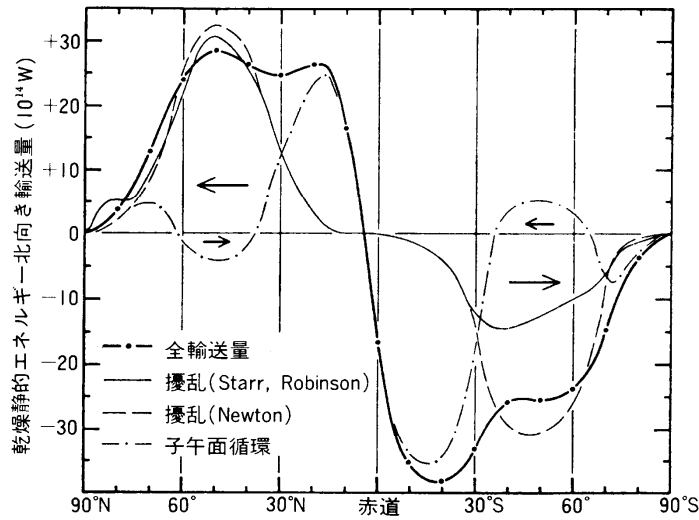


図 3.23 大気中の乾燥静的エネルギーの南北輸送量 (太い一点鎖線) とその内訳 (Newton, 1972). 細い一点鎖線は子午面循環による輸送, 実線 (Starr, Robinson) および破線 (Newton が補正したもの) は擾乱による輸送.

## 平均子午面循環

流線関数  $\chi$

$$\rho_0 \bar{v} = -\frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z}; \quad \rho_0 \bar{u} = \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\chi}}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{N^2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{N^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\kappa \bar{J}}{H} - \frac{R}{H} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'T'}) \right) - f_0 \left( \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} (\overline{u'v'}) - \frac{\partial \bar{X}}{\partial z} \right) \right]$$

左辺は  $\propto -\bar{\chi}$  だから

$$\begin{aligned} \bar{\chi} \propto & -\frac{\partial}{\partial y} (\text{非断熱加熱}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\text{大規模擾乱熱フラックス}) \\ & + \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} (\text{大規模擾乱運動量フラックス}) + \frac{\partial}{\partial z} (\text{帯状まさつ力}) \end{aligned}$$

HOLTON (2004)

# 帯状平均流線関数分布

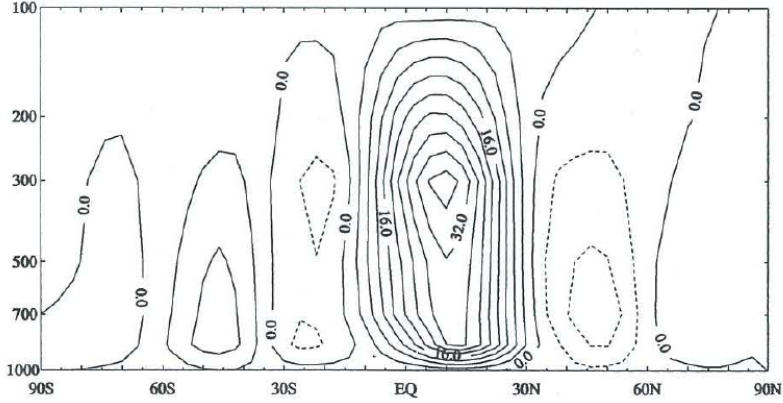


Fig. 10.7 Streamfunction (units:  $10^2 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) for the observed Eulerian mean meridional circulation for Northern Hemisphere winter, based on the data of Schubert et al. (1990).

Holton, 2004

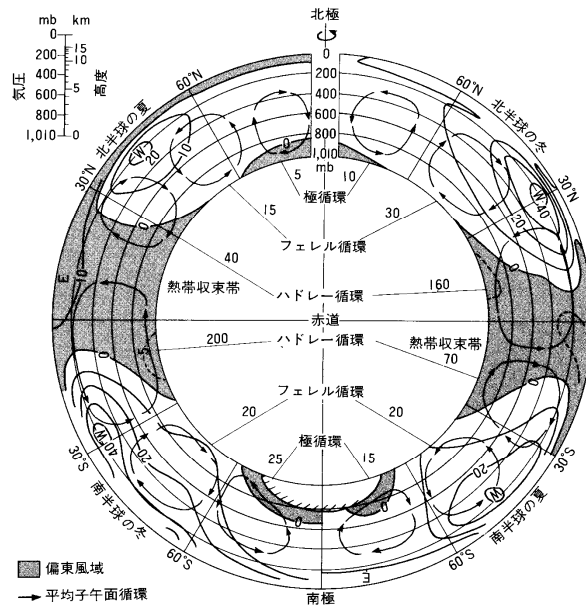
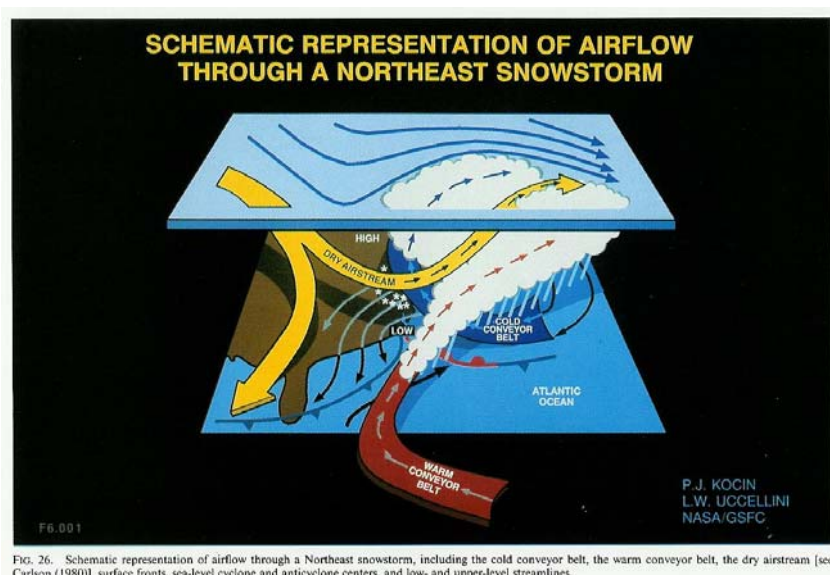


図 1.3 平均帯状風の鉛直子午断面と平均子午面循環。太い実線は帯状地衡風の等値線で、 $\text{m s}^{-1}$ の単位で表わされ(西風を正, 東風を負), 陰影部は東風域である。平均子午面循環細胞はそれぞれ矢印で代表的な流れとそれに伴う質量輸送の大きさ(単位  $10^9 \text{ kg s}^{-1}$ )を示す。



## 温帯低気圧の概念図



Kocin and Uccellini

## ハドレー循環と亜熱帯の熱収支

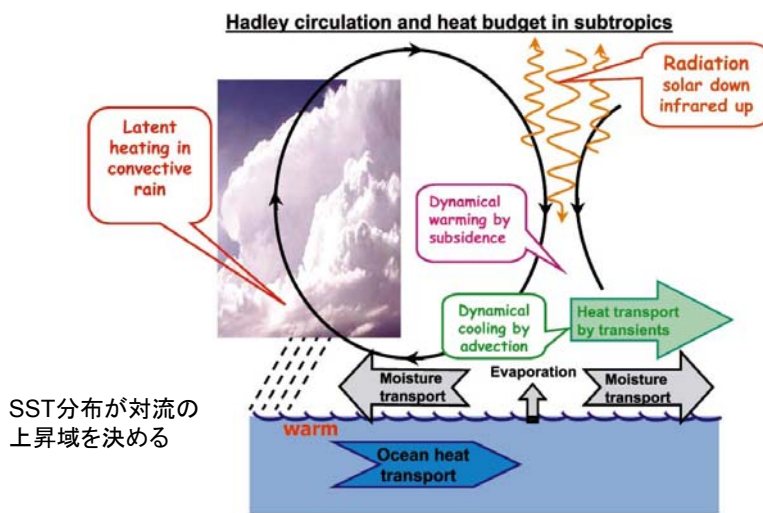


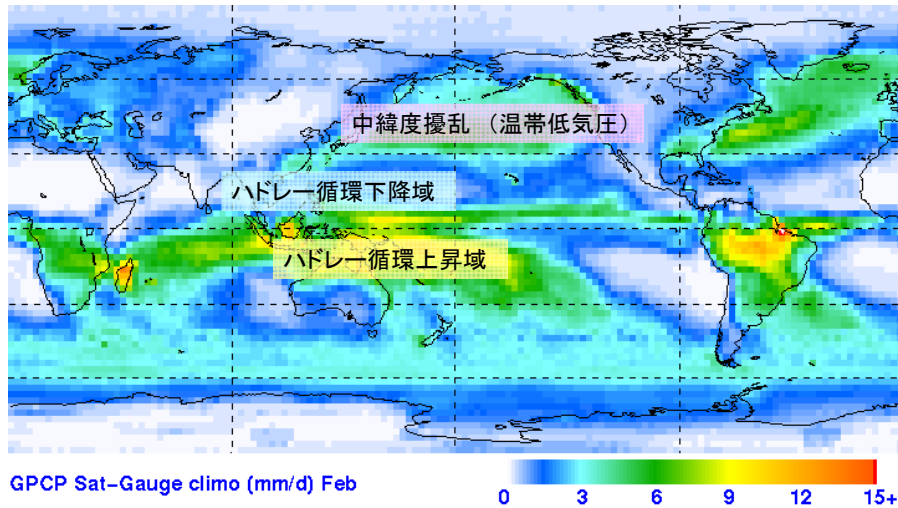
FIG. 12. Schematic of the Hadley circulation and the heat budget in the subtropics along with key processes.

Seamless poleward atmospheric energy transports (Trenberth and Stepaniak, 2003)

中緯度eddyの移流による大気冷却  
→ハドレー循環の下降域の決定に重要



## GPCP降水量 2月気候値

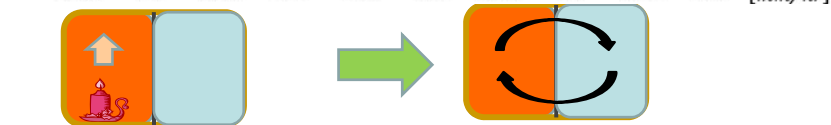
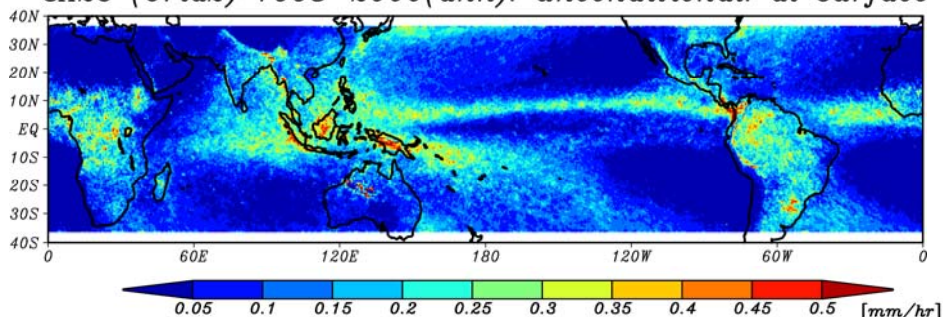


### 熱帯域気候場の特徴

1. 熱帯域を $30^{\circ}$  N- $30^{\circ}$  Sとすると地球表面の1/2を覆う
2. 海洋の面積比が大きい (76:24)
3. 放射エネルギー入力過剰
4. 表面温度が高い。
5. 可降水量が多い。比湿の鉛直勾配は大きい
6. 水平温度勾配が小さい。→ 有効位置エネルギーの蓄積が小さい
7. 大気中層に湿潤静的エネルギーの極小がある
8. コリオリ力が小さい ( $f=2\Omega\sin\phi$ )  
 $\beta$ は大きい ( $\beta=2\Omega\cos\phi/a$ )
9. 熱帯収束帯(ITCZ): 大規模に組織化した活発な積雲対流活動  
貿易風帯(Trade wind region): 逆転層  
海陸分布によるモンスーン循環(亜熱帯-熱帯)
10. 積雲対流、メソスケール、大規模スケール循環の間の強い相互作用が主要な役割を果たす。

### 熱帯降雨観測 (TRMM) 衛星による降雨量分布

3A25 (Grid2) 1998-2000(ann): unconditional: at surface



降雨量=大気の潜熱加熱量

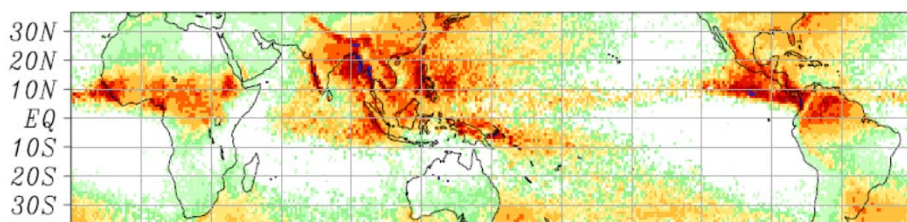
$$1\text{mm/hr} = 694\text{W/m}^2$$

$$2000\text{ mm/yr} = 158\text{ W/m}^2$$

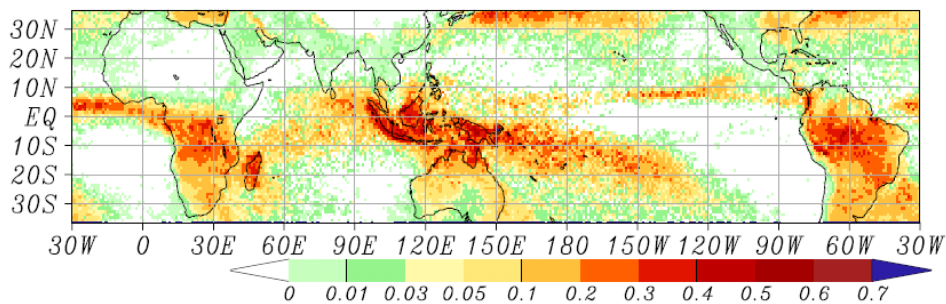
大気大循環を駆動するエネルギー

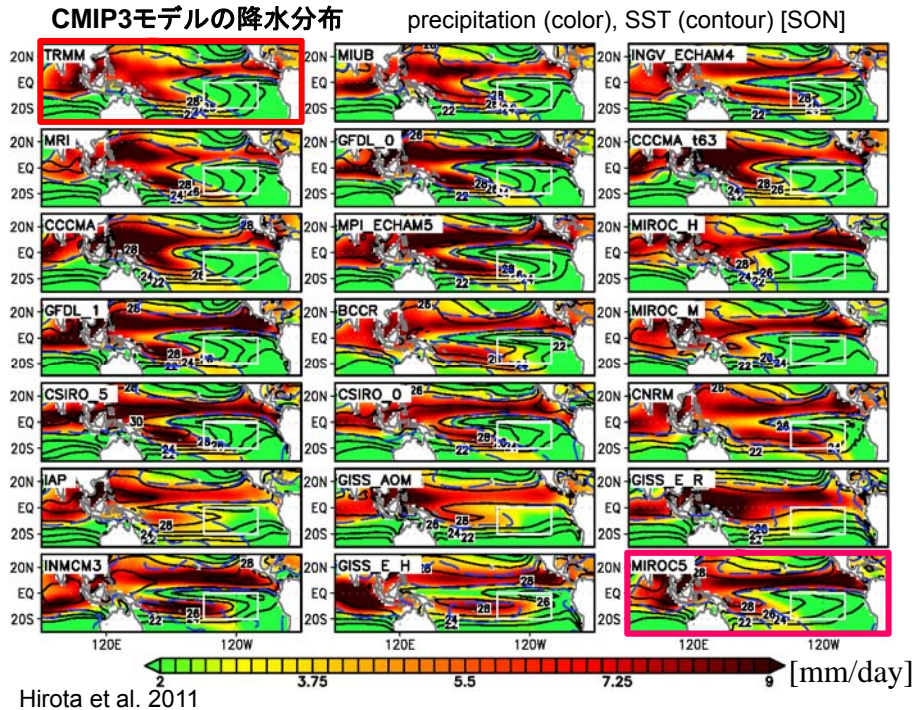
### 降雨域の季節変化 (TRMM PR観測)

JJA98-05



DJF98-05





## 対流の開始

- 熱帯の雨がどのようにしてtriggerされるかはまだ完全にわかってはいない
  - 特に大規模場の状態から積雲対流を診断する方法 (parameterization) は、まだ発展途上にある
1. 下層が高温多湿な熱帯でも、自由対流高度(後出)をクリアしなければ対流は起こらない。
  2. 深い対流になるためには凍結高度のクリアも効く。
    - 混合層の発達(乱流)で持ち上げる
    - 地形で持ち上げる・それに準ずる持ち上げ
    - メソスケールシステムの助けを借りる
    - 総観規模擾乱の助けを借りる

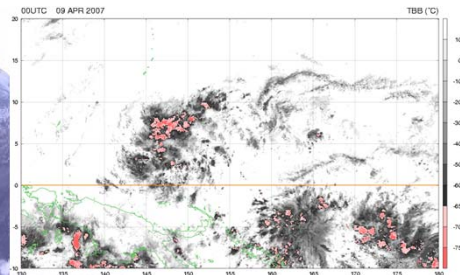
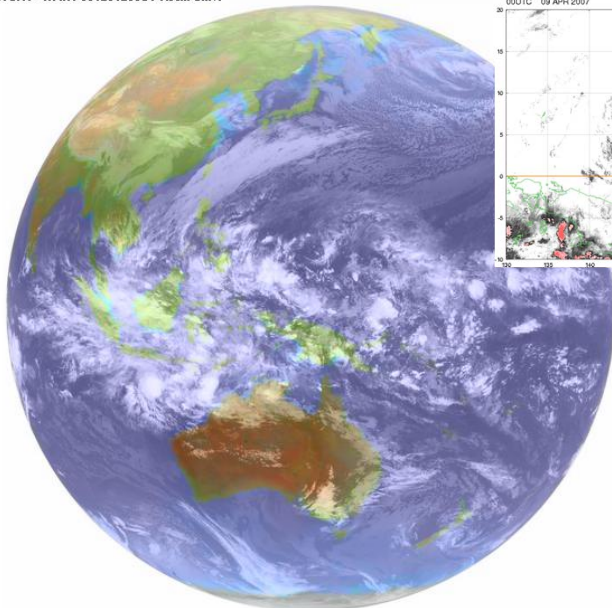




積乱雲 Cb

## 熱帯の積雲対流

MTSAT-1R IR1 06123123JST Kochi Univ.



JAMSTEC/IORGC 山田博士提供

- マルチスケール構造
- 積乱雲
  - メソスケールシステム
  - 総観規模擾乱
  - Madden-Julian振動

気象庁提供 高知大頁から

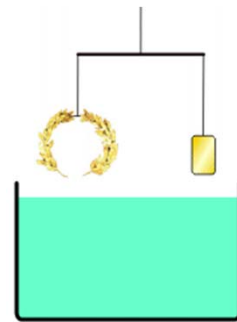
## 湿潤大気の成層構造と対流

### 1. パーセル(気塊)の安定性

#### 浮力

$$\begin{aligned}\frac{dw}{dt} &= -g \frac{\rho - \bar{\rho}}{\rho} \\ &= g \frac{T - \bar{T}}{\bar{T}}\end{aligned}$$

$$p = \rho RT$$



アルキメデスの原理:  
押しつけた流体の受ける重力と  
同じだけの浮力を受ける

図はWikipediaより

パーセル法:

持ち上げられた気体粒子が周囲の大気より暖かいと  
さらに浮力を受ける → 不安定

## 大気の安定度を調べる準備 1

- 乾燥断熱(気温)減率  $\Gamma_d$

: 未飽和気塊が乾燥断熱上昇した時の気温減率

熱力学第一法則

$$dQ = C_v dT + p d\alpha$$

$$dQ = C_p dT - \alpha dp \quad \because p d\alpha = d(p\alpha) - \alpha dp = d(RT) - \alpha dp$$

$dQ$ : 非断熱加熱,  $C_v$ : 等積比熱,  $C_p$ : 等圧比熱,  $\alpha$ : 比容

乾燥断熱過程

$$C_p dT - \alpha dp = 0$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\alpha}{C_p} \frac{dp}{dz}, \quad \frac{dp}{dz} = -\rho g \quad \text{静力学平衡}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{C_p} \equiv \Gamma_d = \frac{9.8 \text{ms}^{-2}}{1005 \text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}} \approx 10 \text{Kkm}^{-1} : \text{乾燥断熱気温減率}$$

## 大気の安定度を調べる準備 2

- 湿潤断熱減率  $\Gamma_m$

: 飽和気塊が潜熱を放出しながら断熱上昇する時の気温減率

凝結(水蒸気量の減少)に伴う潜熱放出を考える

$$C_p dT - \alpha dp = -L dq_s$$

$q_s$ : 飽和水蒸気混合比

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\alpha}{C_p} \frac{dp}{dz} - \frac{L}{C_p} \frac{dq_s}{dz}$$

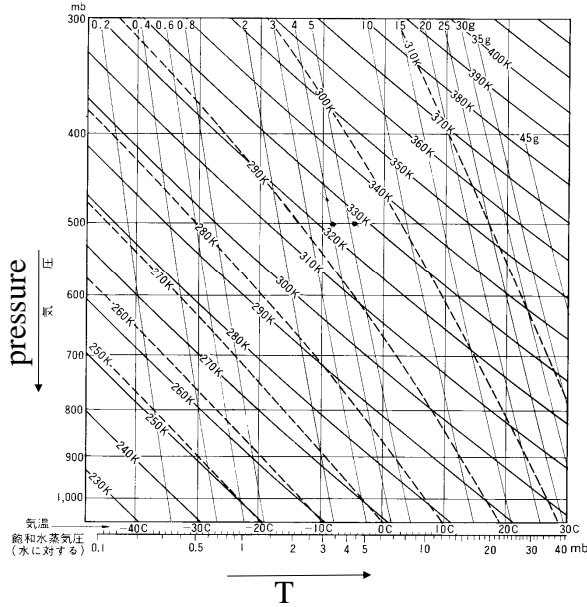
第1項 =  $\Gamma_d$

$$\text{第2項} = -\frac{L}{C_p} \frac{dq_s}{dz} = -\frac{L}{C_p} \frac{dq_s}{dT} \frac{dT}{dz}$$

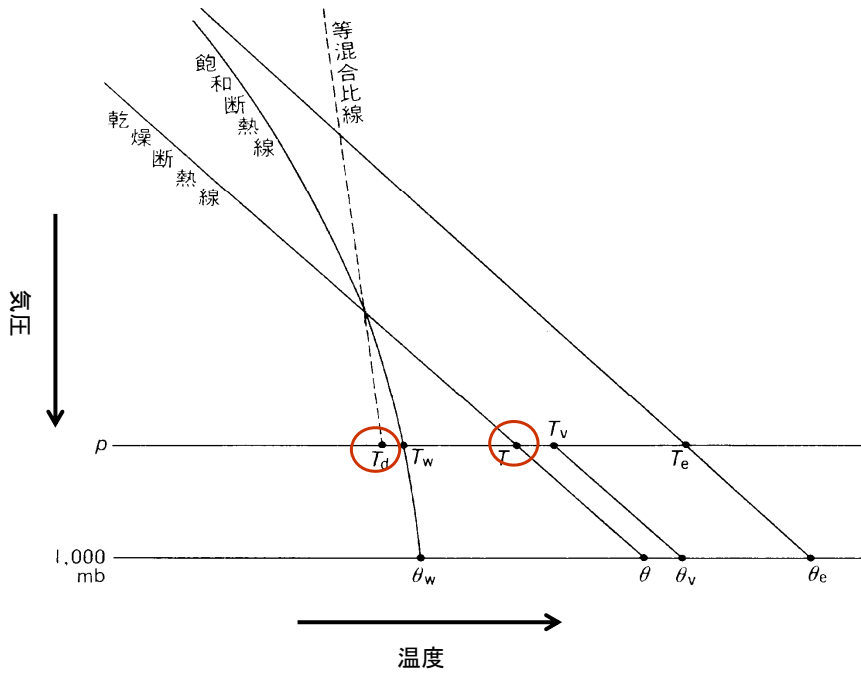
$$\therefore \frac{dT}{dz} = \Gamma_d \left/ \left( 1 + \frac{L}{C_p} \frac{dq_s}{dT} \right) \right. \equiv \Gamma_m \quad : \text{気温、気圧に依存}$$

乾燥断熱減率に比べ、潜熱加熱の分下がり方が小さい

### エマグラム Emagram (Energy per unit mass diagram)

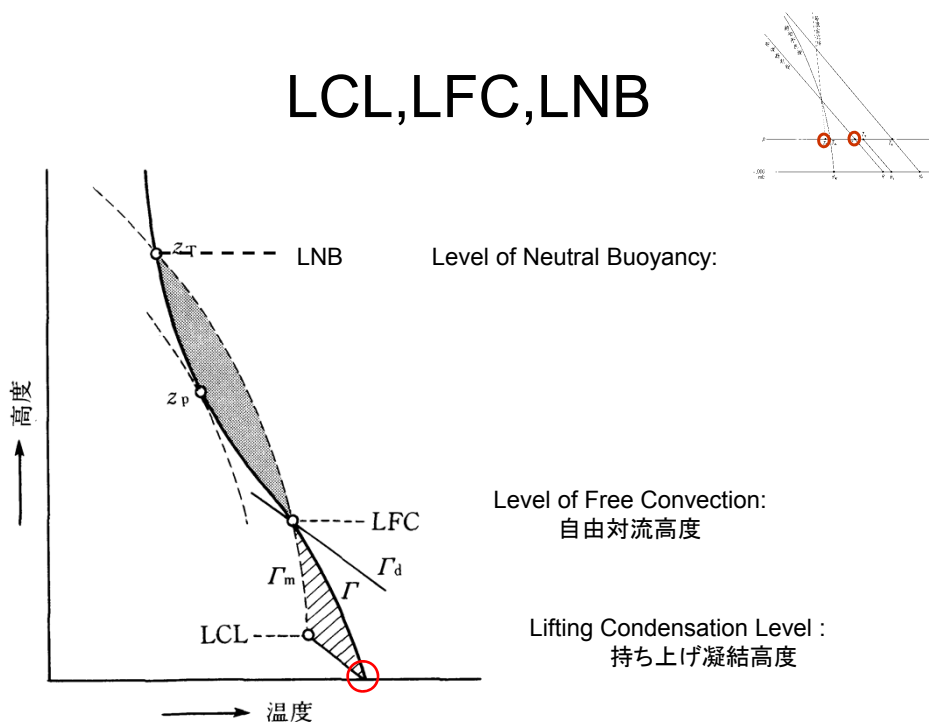


- 熱力学図のひとつ  
(大気鉛直構造の表現)
  - 大気成層をT, Td で表現  
Td (露点温度): 湿潤空気を等圧的に冷却していった時、ちょうど飽和に達する温度
  - 補助線: 乾燥断熱曲線、湿潤断熱曲線、等混合比線
  - 等面積変換: あるサイクルに沿っての気塊のなす仕事を図上の面積で表現される
- (他の熱力学図)  
 テピグラム T-pgram  
 Skew-T

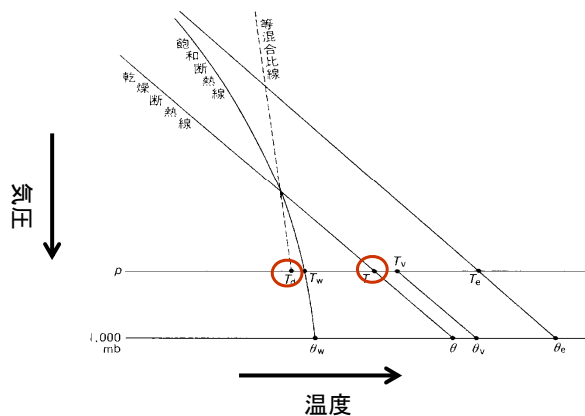




# LCL,LFC,LNB



## 大気の安定度を調べる準備 3



- 湿位  $\theta$ : 気体粒子を断熱的に基準気圧まで鉛直に移動した時の気体粒子の温度 → 非断熱加熱がない時に保存する
- 相当湿位  $\theta_e$ : 湿潤気体粒子を仮想的に上昇させ、すべての水蒸気を凝結させて落とした後、乾燥断熱的に基準気圧まで降ろしてきたときに気体粒子が持つ温度 → 水の相変化があっても保存する

## 温位の導出

熱力第一法則、非断熱加熱 = 0

$$C_p dT - \alpha dp = 0$$

$$\frac{C_p dT}{T} - R \frac{dp}{p} = 0$$

$$d \ln T - \frac{R}{C_p} d \ln p = 0 \quad \therefore \frac{T_0}{T} = \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{C_p}}$$

$p_0 = 1000 \text{ hPa}$ の時の $T_0$ を $\theta$ と定義すると

$$\theta \equiv T_0 = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{C_p}} \quad : \quad \text{温位}$$

$\theta$ は（乾燥）断熱変化に対して不変量,  $\frac{d\theta}{dt} = 0$

## 相当温位

湿潤空気の熱力学第一法則

気塊が未飽和の時

$$\text{乾燥空気の分} \quad C_p dT - \frac{d(p-e)}{p-e} RT = 0 \quad (1)$$

$$\text{水蒸気の方} \quad C_{pv} dT - \frac{de}{e} \frac{R^*}{m_v} T = 0 \quad (2)$$

パーセルが飽和し、 $-dq_s$ の凝結  $\rightarrow$  潜熱  $-L_c dq_s$

$$-L_c dq_s = C_p dT + q_s C_{pv} dT - \frac{d(p-e_s)}{p-e_s} RT - q_s \frac{de_s}{e_s} \frac{R^*}{m_v} T \quad (3)$$

$q_s, e_s$ は飽和混合比および飽和水蒸気圧

(中略 Appendix参照)

$$\theta_e^* = \theta_d \exp\left(\frac{L_c q_s}{C_p T}\right) \approx \theta \exp\left(\frac{L_c q_s}{C_p T}\right)$$

$\theta_e^*$  : 飽和相当温位 saturated equivalent potential temperature

未飽和空気についても、乾燥断熱的に飽和するまで持ち上げた時の温度を $T$ として、

$$\theta_e = \theta_d \exp\left(\frac{L_c r}{C_p T}\right) \quad : \quad \text{相当温位 が定義できる。 相当温位は湿潤断熱過程での保存量}$$

## 大気の安定性

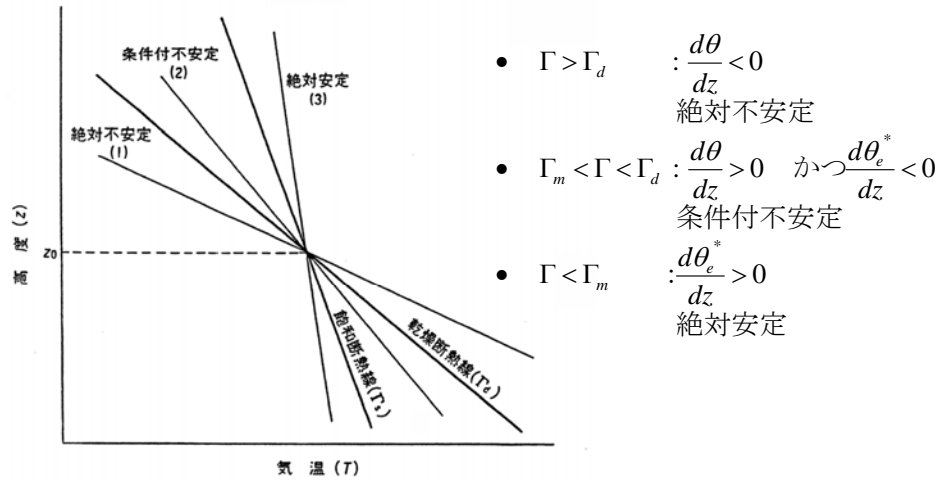


図 3.1 静力学的安定度。太い実線は高さ  $z_0$  を通る乾燥断熱線と飽和断熱線である。細い実線で示された種々の減率をもつ状態曲線が(1), (2), (3)のとき、それぞれ絶対不安定, 条件付不安定, 絶対安定となる。

湿潤大気の成層構造と対流

## 2. 気層の安定性

### 対流不安定 (convective instability, potential instability)

ここまでは、小さな空気塊が鉛直変異をするとして、大気の状態を調べたが、次に、厚みのある気層が全体として鉛直に運動する場合を考える。

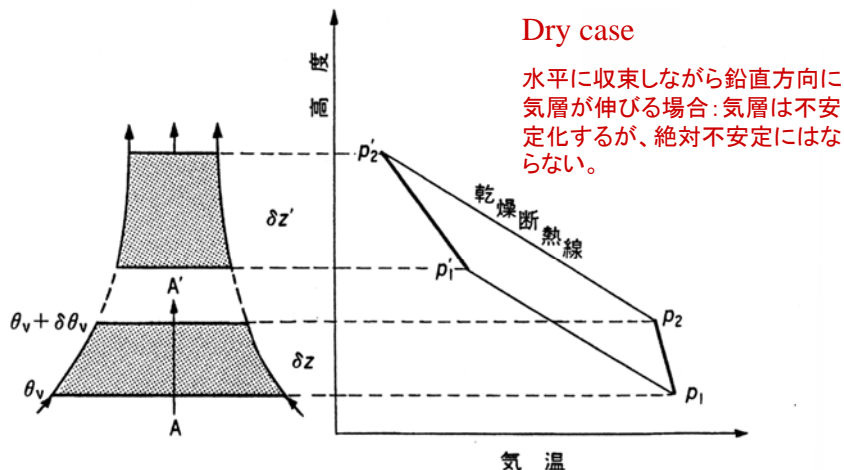


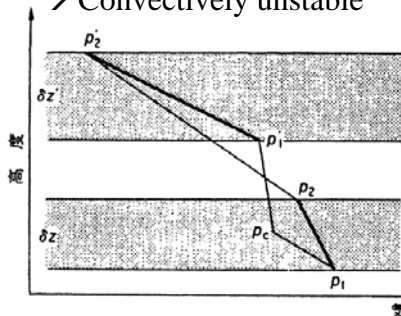
図 3.3 未飽和気層の対流不安定. 太い実線  $p_1 p_2$ ,  $p_1' p_2'$  はそれぞれ上昇前後の気層の状態曲線である.

下層が湿潤、上層が乾燥

$p_1$ : moist

$p_2$ : dry

→ Convectively unstable



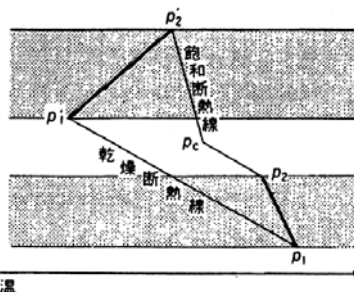
(a)

下層が乾燥、上層が湿潤

$p_1$ : dry

$p_2$ : moist

→ Convectively stable



(b)

図 3.4 一部飽和した気層の対流不安定. (a)不安定, (b)安定.

気層ごと持ち上げて水をどんどん凝結して落としていった時に、水を落とし切るまでの間のどこかでもと下にいたパーセルの方が温度が高くなる: 対流不安定  
 ⇒ つまり、 $d\theta_e/dz < 0$ の気層は、対流不安定

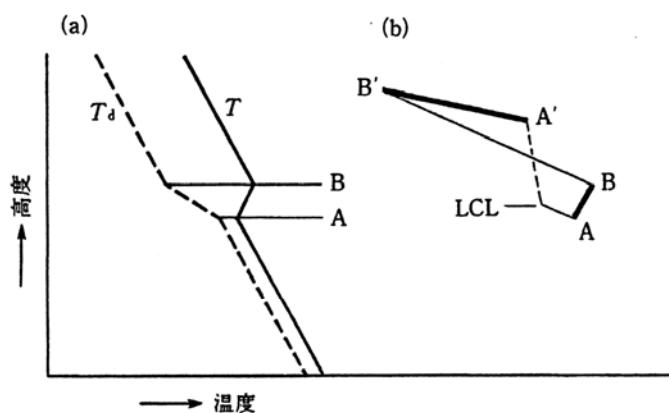
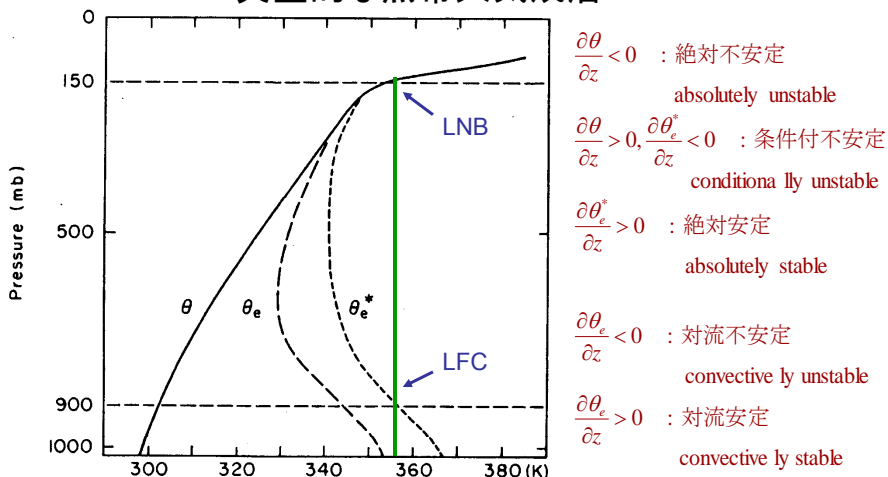


図 8.8 対流不安定の説明図

(a)雷雨が発達する可能性を潜在させている気温(T)と露点(T<sub>d</sub>)の高度分布。(b)気層が全体として持ち上げられ、気層ABが不安定化する様子。細い実線は乾燥断熱線で、破線は湿潤断熱線。

典型的な熱帯大気成層



Typical sounding in the tropical atmosphere showing the vertical profiles of potential temperature  $\theta$ , equivalent potential temperature  $\theta_e$ , and the equivalent potential temperature  $\theta_e^*$  of a hypothetically saturated atmosphere with the same temperature at each level. This figure should be compared with Fig. 9.10, which shows similar profiles for a midlatitude squall line sounding. (After Ooyama, 1969. Reproduced with permission of the American Meteorological Society.)

湿潤大気の成層構造と対流

3. CAPEとCIN

CAPEとCIN

$$CAPE = g \int_{LFC}^{Z_T} \frac{\theta_c(z) - \bar{\theta}(z)}{\bar{\theta}(z)} dz$$

$$CIN = -g \int_{z_0}^{LFC} \frac{\theta_c(z) - \bar{\theta}(z)}{\bar{\theta}(z)} dz$$

Convective Available Potential Energy  
: 単位質量の空気塊をLFCからLNBまで持ち上げる間に浮力がする仕事量

Convective Inhibition  
:  $z=z_0$ にある空気塊をLFCまで持ち上げるために必要となる仕事量

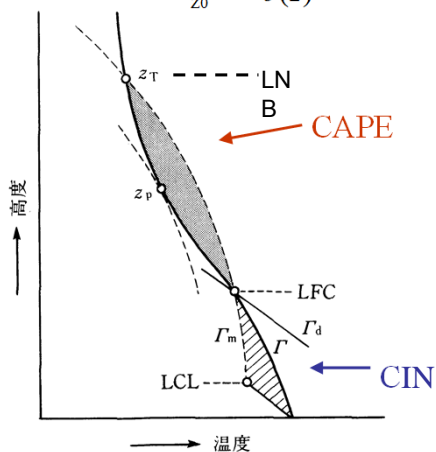


双方ともエマグラム上の面積で表現される

CAPEの典型的な値

熱帯海洋上:  $\sim 1000 \text{m}^2 \text{s}^{-2}$

米国中西部:  $2000 \sim 3000 \text{m}^2 \text{s}^{-2}$

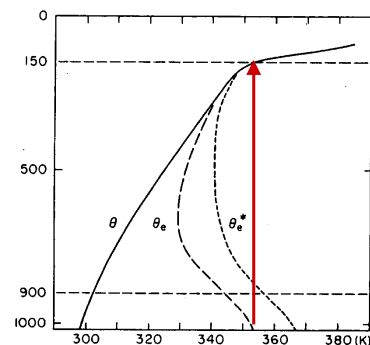


## CAPEと対流の鉛直速度・深さに関する考察

### Hot tower 仮説（第ゼロ近似）

Riehl and Malkus, 1958  
Riehl and Simpson, 1979

- このような成層条件にあるITCZ中で熱量を表面から対流圏上部に効率的に運び上げることができる唯一のしくみは、大規模な積雲対流の**コア**の中の擬断熱上昇(pseudoadiabatic:凝結水が即座に降水で落ちると仮定)である。
- 太い積乱雲は“hot tower”と呼ばれ、表面近くの $\theta_e$ の大きな空気塊を周囲とあまり混ぜずに対流圏上部まで一気に持ち上げていると推測され、長い間熱帯気象の前提とされた。



⇒ しかし実際には、ここで推定されたような「周囲とあまり混ざらない対流」はほとんどない。



## CAPEと対流の鉛直速度

浮力のした仕事が全て 気体粒子の  
運動エネルギーに変換 されるとすると

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{\bar{\rho} - \rho}{\rho} = g \frac{\theta_c(z) - \bar{\theta}(z)}{\bar{\theta}(z)}$$

$$\frac{1}{2} \frac{dw^2}{dt} = g \frac{\theta_c(z) - \bar{\theta}(z)}{\bar{\theta}(z)} \frac{dz}{dt}$$

∴ 雲頂における  $w$  は、

$$w_{\max}^2 = 2g \int_{\text{LFC}}^{\text{ZT}} \frac{\theta_c(z) - \bar{\theta}(z)}{\bar{\theta}(z)} dz = 2\text{CAPE} > w_{\text{obs}}^2$$

ただし、 $dp/dz$ , 水の荷重, *entrainment*  $t$  は無視している

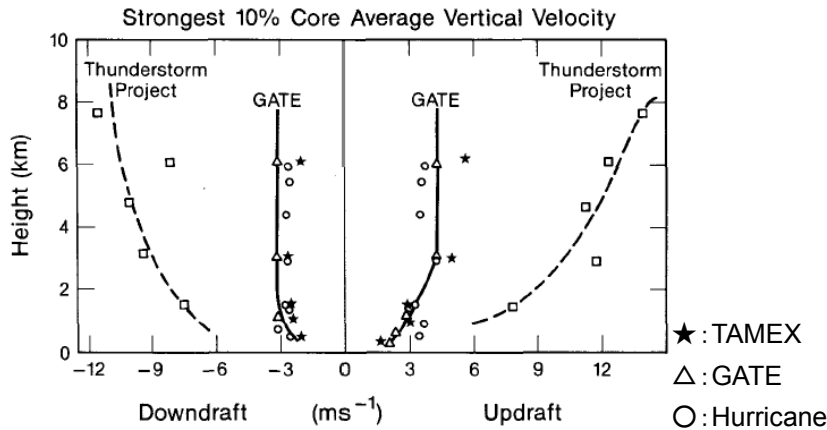


FIG. 4. Strongest 10%-level average vertical velocity in updraft and downdraft cores as a function of height for TAMEX, GATE, hurricanes, and the Thunderstorm Project. TAMEX values are denoted by stars, GATE values by triangles, hurricane values by circles, and Thunderstorm Project values by squares. Adapted from Zipser and LeMone

(1) TABLE 2. Comparison of updraft core vertical velocities and CAPE from TAMEX, GATE (Zipser and LeMone 1980), hurricanes (Jorgensen et al. 1985), dryline tornadic storms (Bluestein et al. 1988), and the Thunderstorm Project (Byers and Braham 1949).

	TAMEX 10%	GATE 10%	Hurricanes 10%	Dryline tornadic storm	Thunderstorm Project 10%
CAPE [ $\text{J kg}^{-1}$ ]	1200	1500	800-1200	3000-4000	3000
$w_{\text{CAPE}} = [2(\text{CAPE})]^{0.5}$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]	49	55	40-49	77-89	77
Observed $w_{\text{max}}$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]	6	5	3-5	49	13

## 非希釈積雲対流は少ない

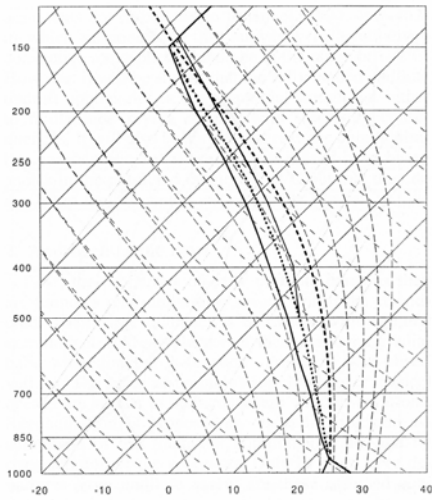


Fig. 5.3. Sounding adapted from Riehl and Malkus (1958) representing the properties of the environment in the equatorial trough zone (solid) and hypothetical pseudoadiabatic ascent from cloud base (dashed). The dotted curve represents the actual temperature of the ascent at one-third pseudoadiabatic buoyancy. The thin solid curve shows the temperature increase from that of the dotted curve from freezing one-third the adiabatic water load between 500 and 400 hPa, and subsequent ascent along the ice adiabat. See Fig. 5.4 and text.

500hPaの偽断熱CAPEは447J/kg, 雲底の混合比は19g/kg, 500hPa-1Cでの飽和混合比は7.4g/kg. 完全に雲水を荷重した可逆断熱CAPEは179J/kg.

50%のCAPE効率を仮定しても、非希釈パーセルの500hPaでの上昇速度は前者21m/s, 後者で13m/s. 11g/kgの雲水は、観測される上限の3倍。

飛行機観測される上昇コアの速度はこれよりはるかに小さい。したがって、熱帯海洋上の積雲対流内での非希釈上昇はほとんどない(extremely rare)と結論される。(Zipser, 2003)

## 凍結の潜熱の効果

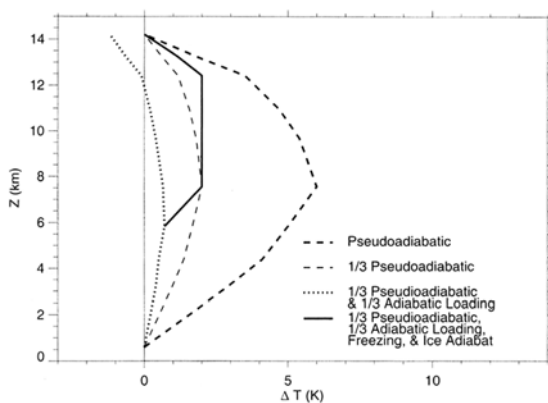


Fig. 5.4. Effective buoyancy of updraft from Fig. 5.3 according to various assumptions: standard pseudoadiabatic ascent (heavy dashes), one-third pseudoadiabatic buoyancy (light dashes), one-third pseudoadiabatic buoyancy but adding drag from one-third adiabatic water loading (dots), and the effect on the dotted curve of freezing one-third adiabatic water load and subsequently following the ice adiabat (solid).

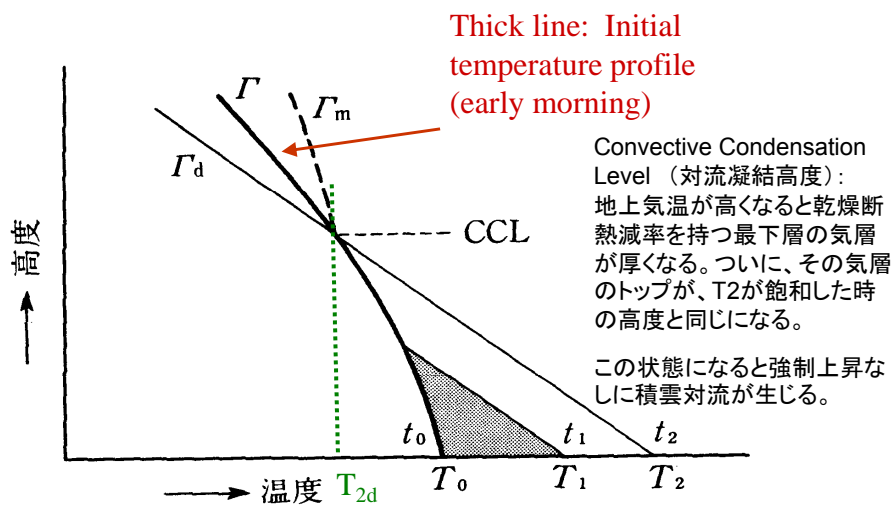
しかしながら、深い対流雲は、擬断熱を仮定した位、高い。

CAPEを1/3使い、雲水を1/3保持するとした場合、凍結の潜熱を仮定すると、擬断熱過程を仮定した時の高さの対流が得られる。

(Zipser, 2003)

## 対流の起動にはCINの克服が必要

CINを克服する仕組み その1:陸上 大気成層の日変化



CINを克服する仕組み  
その2:

地形が雨に及ぼす効果

Houze 2012

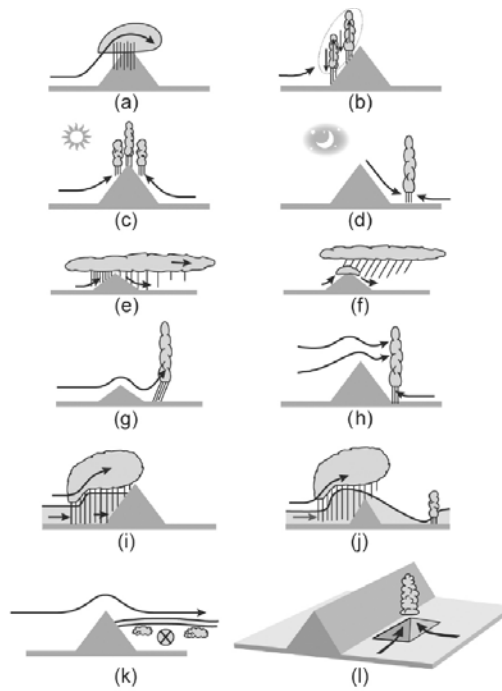


Figure 3. Mechanisms by which mountains and hills affect precipitating clouds.

CINを克服する仕組み その3:メソスケールシステム

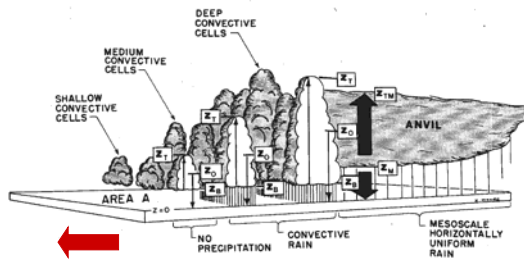
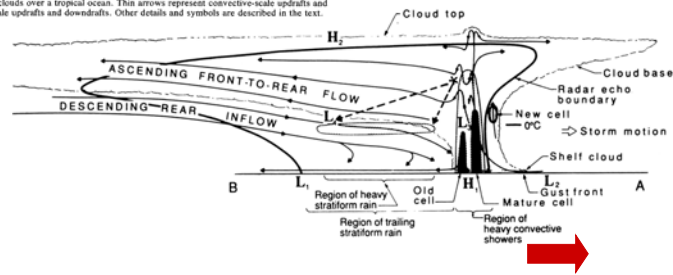


Fig. 1. Schematic of a typical population of clouds over a tropical ocean. Thin arrows represent convective-scale updrafts and downdrafts. Wide arrows represent mesoscale updrafts and downdrafts. Other details and symbols are described in the text.



次回に続く

(Houze et al. 1989)

参考文献 (2010.6.29)

### 1. Text Books

- 岸保 勤三郎, 時岡 達志, 1982 : 大気力学講座4 大気の大循環, 東京大学出版会, 256pp.
- 新田, 1982: 気象学のブロンナード7 熱帯の気象, 東京堂出版, 215pp.
- R. A. Houze Jr., 1993: Cloud Dynamics, Academic Press, pp. 573

### 2. Papers

- Hartmann, D. L., H. H. Hendon, and R. A. Houze, Jr., 1984: Some implications of the mesoscale circulations in tropical cloud clusters for large-scale dynamics and climate. *J. Atmos. Sci.* 41, 113-121.
- Hirota, N., Y. N. Takayabu, M. Watanabe, M. Kimoto, 2011: Precipitation reproducibility over tropical oceans and its relationship to the double ITCZ problem in CMIP3 and MIROC5 climate models. *J. Climate*, 7, 4859-4873.
- Houze, R. A., Jr. 2012: Orographic effects on precipitating clouds, *Rev. Geophys.*, 50, RG1001
- Jorgensen, D. P., and M. A. LeMone, 1989: Vertical velocity characteristics of oceanic convection, *J. Atmos. Sci.* 46, 621-639.
- Trenberth, K. E., and D. P. Stepaniak, 2003: Seamless poleward atmospheric energy transports and implications for the Hadley circulation. *J. Climate*, 16, 3706-3722.
- Trenberth, K. E., J. T. Fasullo, and J. Kiehl, 2009: Earth's global energy budget, *BAMS*, 2009, 311-323
- Vonder Haar, T. H. and V. E. Suomi, 1969: *Science*, 163, 667-668.
- Zipser, E. J., 1977: Mesoscale and convective-scale downdrafts as distinct components of squall-line circulation. *Mon. Wea. Rev.*, 105, 1568-1589.
- Zipser, 2003: Some views on 'Hot Towers' after 50 years of tropical field program and two years of TRMM data. *Meteorological Monographs*. Vol.29, 49-58.

## APPENDIX

## 相当温位の導出

湿潤空気の熱力学第一法則

気塊が未飽和の時

$$\text{乾燥空気の分} \quad C_p dT - \frac{d(p-e)}{p-e} RT = 0 \quad (1)$$

$$\text{水蒸気の方} \quad C_{pv} dT - \frac{de}{e} \frac{R^*}{m_v} T = 0 \quad (2)$$

パーセルが飽和し、 $-dq_s$ の凝結 → 潜熱が非断熱加熱となる。

$$-L_c dq_s = C_p dT + q_s C_{pv} dT - \frac{d(p-e_s)}{p-e_s} RT - q_s \frac{de_s}{e_s} \frac{R^*}{m_v} T \quad (3)$$

$q_s, e_s$ は飽和混合比および飽和水蒸気圧

$$\frac{de_s}{e_s} \text{は、Clausius-Clapeyronの式} \quad \frac{de_s}{dT} = \frac{m_v L_c e_s}{R^* T^2} \quad (4) \quad \text{より} \quad \frac{R^*}{m_v} \frac{de_s}{e_s} = \frac{L_c}{T^2} dT$$

$$(3)\text{式右辺最後の項は} \quad -q_s \frac{de_s}{e_s} \frac{R^*}{m_v} T = -q_s \frac{L_c}{T} dT \quad \text{と表せる。}$$

$$\therefore -L_c \left( \frac{dq_s}{T} - \frac{q_s dT}{T^2} \right) = C_p \frac{dT}{T} - \frac{Rd(p-e_s)}{p-e_s} + q_s C_{pv} \frac{dT}{T} \quad (6)$$

dry airのpotential temperatureを $\theta_d$ とすると、

$$C_p d \ln \theta_d = C_p d \ln T - Rd \ln(p-e_s) \quad (7)$$

$$(6)\text{式は} \quad -L_c d \left( \frac{q_s}{T} \right) = C_p d \ln \theta_d + q_s C_{pv} d \ln T \quad (8)$$

ところで、 $dL_c = (C_{pv} - C_w) dT$   $C_w$ : 水の比熱

$$\text{より、} \quad -d \left( \frac{L_c q_s}{T} \right) = C_p d \ln \theta_d + q_s C_w d \ln T \quad (9)$$

$C_p \gg q_s C_w$  より、最後の項は小さいとして無視する

$$d \ln \theta_d + d \left( \frac{L_c q_s}{C_p T} \right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{q_s}{T} \rightarrow 0 \text{の時、} \theta_d \rightarrow \theta_e^* \text{とすれば} \quad \theta_e^* = \theta_d \exp \left( \frac{L_c q_s}{C_p T} \right) \approx \theta \exp \left( \frac{L_c q_s}{C_p T} \right)$$

$\theta_e^*$  : 飽和相当温位 saturated equivalent potential temperature

未飽和空気についても、乾燥断熱的に飽和するまで持ち上げた時の温度を

$$T \text{として、} \theta_e = \theta_d \exp \left( \frac{L_c r}{C_p T} \right) \quad \text{: 相当温位 が定義できる。}$$

相当温位は湿潤断熱過程での保存量