2 次元非弾性流体モデル deepconv-mars 第 1 部: 数理モデル解説

小高正嗣

2001 年 11 月 1 日

目 次

1　deepconv-mars の概要

deepconv-mars は地球大気の積雲対流をシミュレートするために Nakajima (1994) において開発された 2 次元非弾性流体モデル deepconv を火星大気対流へ応用したものである. ただし数値モデル内に考慮されている物理過程は deepconv から変更, もしくは新たに追加されている.

モデルの概要を簡単に以下に示す. deepconv から変更したのは地表フラックスモデル, 新たに追加したのはダストの移流, 大気とダストの放射過程, 地表面熱収支の取り扱いである. deepconv で考慮されていた水蒸気過程は取り外してある.

大気モデル 回転系の 2 次元非弾性方程式系 (Ogura and Phllips, 1962) である.

乱流モデル Klemp and Wilhelmson (1978) の 2 次クロージャーモデル. ただし運動量の混合係数とスカラー量の混合係数とを等しいとした.

地表フラックス Louis (1979) によるバルク法. ただし運動量のバルク係数とスカラー量のバルク係数とを等しいとした.

ダスト 重力沈降を考慮した移流方拡散程式. 沈降速度は Conrath (1975) の方法で計算. ダストの地表からの巻き上げは地表摩擦がある値を超える生じるとする. 巻き上げフラックスの値は一定とする.

放射
- CO_2 放射は Goody のバンドモデル. 考慮する波長帯は赤外 1 バンドと近赤外 3 バンド (15, 4.3, 2.7, 2.0 μm バンド).
- ダスト放射は δ-Eddington 近似で計算. 考慮する波長帯は赤外と可視で合計 3 バンドとする.

地表面モデル 地面の温度は鉛直 1 次元熱伝導方程式で計算する. 物性パラメータは Kieffer *et al.* (1977) の標準モデルの値を用いる.

2 大気モデル

大気は回転系の 2 次元の非弾性方程式系 (Ogura and Phllips, 1962) でモデル化する.

$$
\begin{aligned}
&\frac{du}{dt} - fv = -c_p\Theta_0\frac{\partial\pi}{\partial x} + D(u), && (1)\\
&\frac{dv}{dt} + fu = D(v), && (2)\\
&\frac{dw}{dt} = -c_p\Theta_0\frac{\partial\pi}{\partial z} + g\frac{\theta}{\Theta_0} + D(w), && (3)\\
&\frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_0 w)}{\partial z} = 0, && (4)\\
&\frac{d\theta}{dt} + w\frac{\partial\Theta_0}{\partial z} = \frac{\Theta_0}{T_0}(Q_{rad} + Q_{dis}) + D(\theta + \Theta_0), && (5)\\
&\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + w\frac{\partial}{\partial z}.
\end{aligned}
$$

(1), (2), (3) は運動方程式, (4) は連続の式, (5) は熱力学の式である. x, y は水平座標, z, t は鉛直および時間座標, u, v は水平風速, w は鉛直風速, θ, π はそれぞれ温位と無次元圧力関数の基本場からの偏差である. このモデルでは y 方向に一様な 2 次元場を想定している. ρ_0, Θ_0, T_0 はそれぞれ基本場の密度と温位, 温度である. f はコリオリパラメータ, g は重力加速度である. Q_{rad} は放射加熱 (冷却) であり, 後述の放射過程により与えられる. Q_{dis} は散逸加熱であり, 後述の乱流モデルから与えられる.

(1)∼(5) 式中の $D(\cdot)$ 項は数値モデルの空間格子間隔以下の乱流による混合の寄与で, 以下のように表される.

$$
D(\cdot) = \frac{\partial}{\partial x}\left[K\frac{\partial(\cdot)}{\partial x}\right] + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho_0 K\frac{\partial(\cdot)}{\partial z}\right]. \tag{6}
$$

ここで K は (10), (11) 式で計算される乱流拡散係数である.

無次元圧力関数 Π と温位 Θ は以下の式で定義される.

$$
\Pi \equiv \left(\frac{p}{P_{00}}\right)^{\kappa} = \Pi_0 + \pi, \quad \Pi_0 = \left(\frac{P_0}{P_{00}}\right)^{\kappa}
$$

$$
\Theta \equiv T\Pi^{-1} = \Theta_0 + \theta, \quad \Theta_0 = T_0\Pi_0^{-1}
$$

ここで p は圧力, P_0 はその基本場の値, P_{00} は参照気圧, $\kappa = R/c_p$ である. c_p は単位質量あたりの定圧比熱, R は単位質量あたりの気体定数である. 基本場の温度圧

力構造は静水圧の式と理想気体の状態方程式から計算される.

$$\frac{dP_0}{dz} = -\rho_0 g, \tag{7}$$
$$P_0 = \rho_0 R T_0. \tag{8}$$

無次元圧力関数の偏差 π は (1)~(4) 式を変形して得られる以下の式から診断される.

$$\begin{aligned} c_p\Theta_0\left[\rho_0\frac{\partial^2\pi}{\partial x^2}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho_0\frac{\partial\pi}{\partial z}\right)\right] &= \frac{g}{\Theta_0}\frac{\partial(\rho_0\theta)}{\partial z} \\ &\quad -\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho_0\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}-D(u)\right)\right] \\ &\quad -\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho_0\left(u\frac{\partial w}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial z}-D(w)\right)\right]. \end{aligned} \tag{9}$$

境界条件

境界条件は x 方向に周期境界条件, 大気下端では $w = 0$, 大気上端では応力なし条件を与える. 大気下端の運動量フラックスと熱フラックスの境界条件は乱流モデルによって計算される.

パラメータ

大気モデル部分に現れるパラメータの標準設定は以下のようになっている.

表 1: 大気モデルのパラメータ

パラメータ	標準値	備考
f	0 sec^{-1}	
g	3.72 msec^{-2}	火星の平均値
P_{00}	7 hPa	火星の平均地表気圧
c_p	734.9 Jkg^{-1}K^{-1}	CO_2 の値
R	189.0 Jkg^{-1}K^{-1}	CO_2 の値

3 乱流モデル

3.1 乱流パラメタリゼーション

乱流拡散係数 K は Klemp and Wilhelmson (1978) に従い乱流運動エネルギー ε から計算する. 熱に対する拡散係数は運動量に対する拡散係数に等しいとする.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = BP + SP + D(\varepsilon) - \frac{C_\epsilon}{l}\varepsilon^{3/2}, \tag{10}$$

$$K = C_m\sqrt{\varepsilon}l. \tag{11}$$

ここで $C_\epsilon = C_m = 0.2$, BP, SP はそれぞれ浮力とシアーによる乱流エネルギー生成項で

$$BP = -\frac{g}{\Theta_0}K\frac{\partial(\theta+\Theta_0)}{\partial z}, \tag{12}$$

$$SP = 2K\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right] + \frac{2}{3}\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) + K\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2, \tag{13}$$

と表される. l は混合距離でモデルの鉛直格子間隔か高度のどちらか小さい方の値を与える.

$$l = \max(\Delta z, z).$$

(10) 右辺第 4 項は乱流エネルギーの散逸を表す. この項から散逸加熱 Q_{dis} が計算される.

$$Q_{dis} = \frac{C_\epsilon}{lc_p}\varepsilon^{3/2}. \tag{14}$$

3.2 地表フラックスパラメリゼーション

地表からの運動量と熱のフラックス F_u, F_θ は Louis (1979) のパラメタリゼーションを用いて計算する. 熱に対するバルク係数は運動量に対するそれに等しいとする.

$$F_u = -\rho_0 C_D|u_{z=z1}|u_{z=z_1}, \tag{15}$$

$$F_\theta = \rho_0 C_D|u_{z=z1}|(T_{sfc} - T_{z=z1}). \tag{16}$$

ここで $u_{z=z1}, T_{z=z1}$ はモデル最下層高度 z_1 での水平風と温度, T_{sfc} は地表面温度である. バルク係数 C_D は

$$C_D = \begin{cases} C_{Dn}\left(1 - \dfrac{a\mathrm{Ri}_B}{1 + c|\mathrm{Ri}_B|^{1/2}}\right) & for \quad \mathrm{Ri}_B < 0, \\ C_{Dn}\dfrac{1}{(1 + b\mathrm{Ri}_B)^2} & for \quad \mathrm{Ri}_B \geq 0, \end{cases} \tag{17}$$

から計算される．ここで

$$C_{Dn} = \left(\frac{k}{\ln(z_1/z_0)}\right)^2, \quad a = 2b = 9.4, \quad c = 0.74 \cdot ab\left(\frac{z_1}{z_0}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{18}$$

であり, k はカルマン定数, z_0 は地表面粗度である．Ri_B はバルクリチャードソン数で,

$$\mathrm{Ri}_B \equiv \frac{g z_1(\Theta_{sfc} - \Theta_{z=z1})}{\overline{\Theta}_{z=z1} u_{z=z1}}, \tag{19}$$

として評価される． ここで $\Theta_{z=z1}, \overline{\Theta}_{z=z1}$ はモデル最下層の温位と水平平均温位, Θ_{sfc} は地表面の温位 ($= T_{sfc}$) である．

パラメータ

地表フラックスパラメリゼーションに現れるパラメータの標準設定は以下のようになっている．

表 2: 地表フラックスパラメリゼーションのパラメータ

パラメータ	標準値	備考
k	0.35	
z_0	1 cm	Sutton *et al.*, (1978)

4 ダストの輸送モデル

ダストの質量混合比 q はダストの重力沈降を考慮したスカラー量の移流拡散方程式で計算する.

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}(\rho_0 W q) = D(q). \tag{20}$$

ダストの重力沈降速度 W は Conrath (1975) に従って以下の式で与える.

$$W = -\frac{4\rho_d g r^2}{18\eta}\left(1 + 2\frac{\lambda_r}{r}\frac{p_r}{P_0}\right). \tag{21}$$

ここで ρ_d はダスト粒子の密度, r はダスト粒子の半径, η は大気の粘性率, λ_r は圧力 p_r での大気分子の平均自由行程である. 本来は粒径の異なるダストごとに (21) を計算する必要がある. しかし本モデルでは計算を簡単にするため (21) 式中の粒径 r の値はダストの粒径分布関数 ((38)) に現れるモード半径 r_m の値で代表させる.

地表面からのダストの巻き上げは地表摩擦 $\tau_m \equiv |F_u|$ がある閾値 τ_{mc} を超えた場合に起こると仮定する. 巻き上げ時のダストフラックス F_q は一定とする.

パラメータ

ダストの移流モデル部分に現れるパラメータの標準設定は以下のようになっている.

表 3: ダスト移流モデルのパラメータ

パラメータ	標準値	備考
ρ_d	3000 kgm^{-3}	Conrath (1975)
η	1.5×10^{-5} kgm^{-1}sec^{-1}	〃
p_r	25 hPa	〃
$\lambda_r(p_r)$	2.2×10^{-6}m	〃
r_m	0.4μm	Toon *et al.* (1977)
F_q	3.7×10^{-6} kgm^{-2}	White *et al.* (1997)
		($\tau_m \geq \tau_{mc}$)
τ_{mc}	0.01 Pa	

5 放射モデル

(5) 式中の放射加熱 (冷却) 項 Q_{rad} は, 放射伝達方程式を解いて得られる放射フラックスの収束 (発散) により計算される. 考慮する放射過程は火星大気の主成分である CO_2 による赤外放射の吸収・射出と近赤外波長域での太陽放射吸収, ダストによる太陽放射と赤外放射の吸収, 散乱, 射出である. CO_2 による散乱は考慮しない.

放射加熱項 Q_{rad} は以下のように表される.

$$Q_{rad} = Q_{rad,IR} + Q_{rad,NIR} + Q_{rad,dust,SR} + Q_{rad,dust,IR}. \tag{22}$$

ここで $Q_{rad,IR}, Q_{rad,NIR}, Q_{rad,dust,SR}, Q_{rad,dust,IR}$ はそれぞれ CO_2 赤外放射加熱, CO2 近赤外放射加熱, ダストの太陽放射加熱, ダストの赤外放射加熱を表す. 以下にそれぞれの扱いと計算方法を示す.

5.1 CO_2 の放射

CO_2 の放射は赤外放射, 太陽放射ともに Goody バンドモデルに従って計算する (例えば Goody and Young, 1989 を参照). 赤外放射は CO_2 15 μm バンドの寄与だけを計算する. 大気中における上向き, および下向き赤外放射 $F^{\uparrow}_{IR}, F^{\downarrow}_{IR}$, それによる放射加熱 $Q_{rad,IR}$ は以下の式から計算される.

$$F^{\uparrow}_{IR}(z) = \sum_i \Delta\nu_i \left\{ \pi B_{\nu_i,T}(z=0)\mathcal{T}_i(0,z) + \int_0^z \pi B_{\nu_i,T}(z')\frac{d\mathcal{T}_i(z,z')}{dz'}\,dz' \right\}, \tag{23}$$

$$F^{\downarrow}_{IR}(z) = \sum_i \Delta\nu_i \left\{ \int_z^{\infty} \pi B_{\nu_i,T}(z')\frac{d\mathcal{T}_i(z,z')}{dz'}\,dz' \right\}, \tag{24}$$

$$Q_{rad,IR} = -\frac{1}{\rho_0 c_p}\frac{\partial}{\partial z}(F^{\uparrow}_{IR}(z) - F^{\downarrow}_{IR}(z)). \tag{25}$$

ここで $\Delta\nu_i$ はバンド幅, $B_{\nu_i,T}$ はプランク関数,

$$B_{\nu_i,T} = \frac{2hc^2\nu_i^3}{e^{hc\nu_i/kT}-1} = \frac{1.19\times10^{-8}\nu_i^3}{e^{1.4387\nu_i/T}-1}, \tag{26}$$

である (h はプランク定数, c は光速, k はボルツマン定数, T は温度である). $\mathcal{T}_i(z,z')$ は波数 ν_i のまわりで幅 $\Delta\nu_i$ で平均した透過関数で, 以下の表現を用いる.

$$\mathcal{T}_i(z,z') = \exp(-W_i/\Delta\nu_i), \quad W_i = \frac{s_i u(z,z')}{\sqrt{1+s_i u(z,z')/\alpha_i^*}},$$

$$u(z,z') = \int_z^{z'} 1.67\rho_0\,dz, \quad \alpha_i^* = \alpha_i\overline{p}/p_0, \quad \overline{p} = \int_z^{z'} P_0\,du/u.$$

ここで s_i は吸収線強度, α_i^* は吸収強度と吸収線幅との積の平方根, α_i はその基準値, u は有効光路長, p_0 は基準圧力 (1013 hPa) である.

近赤外太陽光の CO_2 による吸収は, CO_2 の 4.3 μm, 2.7 μm, 2.0μm バンドを考慮する. 当該バンド領域の下向き放射 $F^{\downarrow}_{NIR}$ とその収束による放射加熱 $Q_{rad,NIR}$ は

$$
\begin{aligned}
F^{\downarrow}_{NIR}(z) &= \sum_i \Delta\nu_i \left\{ S_{\nu_i} \mathcal{T}_i(\infty, z)\mu_0 \right\}, &(27)\\
Q_{rad,NIR} &= \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial F^{\downarrow}_{IR}(z)}{\partial z}, &(28)
\end{aligned}
$$

で表される. ここで $\mu_0 = \cos\zeta$, ζ は太陽天頂角, S_{ν_i} は大気上端での入射太陽放射で,

$$
\begin{aligned}
S_{\nu_i} &= B_{\nu_i, T_{sol}}\left(\frac{F_s}{\sigma T_{sol}^4}\right), &(29)\\
F_s &= I_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \mu_0, &(30)
\end{aligned}
$$

である. ここで T_{sol} は太陽表面温度 (5760 K), σ はステファンボルツマン定数 (5.67×10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}), I_0 は火星軌道上の平均太陽定数 (591 Wm^{-2}), r は火星と太陽の平均距離, r_0 はその平均値, F_s は全波長で積分された大気上端での入射太陽放射である. F_s は季節, 緯度, 時刻によって変化する. F_s と $\cos\zeta$ の計算方法の詳細は第 5.3 節に示す.

波数平均された透過関数は, 赤外放射の場合と同様に計算する. ただし有効光路長 u は

$$
u(z, z') = \int_z^{z'} 1.67\rho_0 \, dz/\mu_0,
$$

である.

パラメータ

CO_2 の放射モデルにおいて現れるパラメータは, バンドの取り方と各バンドでの吸収強度と吸収線幅の値である. バンドの取り方は Savijärvi (1991a) に準じている. 吸収強度と吸収線幅の値は Houghton (1986) の巻末付録の表にある T =220 K の値を使用する. 以下に Houghton (1986) の巻末付録の表にある 220 K での s_i (cm^{-1}/(gcm^{-2})$^{-1}$) と α_i(g^{-1}) のうち, 本研究で使用したものを再掲した. 15 μm バンドは 500 cm^{-1} から 900 cm $^{-1}$ まで, 4.3 μm バンドは 2200 cm^{-1} から 2450 cm $^{-1}$ までをそれぞれ $\Delta\nu = 25$ cm^{-1} で分割する. 2.7 μm バンドは 3150 cm^{-1} から 4100 cm $^{-1}$ まで, 2.0 μm バンドは 4600 cm^{-1} から 5400 cm $^{-1}$ までをそれぞれ $\Delta\nu = 100$ cm^{-1} で分割する.

表 4: CO_2 15 μm バンドパラメータ

ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i	ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i
512.5	1.952×10^{-2}	2.870×10^{-1}	712.5	1.232×10^{3}	8.387×10^{1}
537.5	2.785×10^{-1}	1.215×10^{0}	737.5	2.042×10^{2}	2.852×10^{1}
562.5	5.495×10^{-1}	2.404×10^{0}	762.5	7.278×10^{0}	6.239×10^{0}
587.5	5.331×10^{0}	1.958×10^{1}	787.5	1.337×10^{0}	2.765×10^{0}
612.5	5.196×10^{2}	5.804×10^{1}	812.5	3.974×10^{-1}	8.897×10^{-1}
637.5	7.778×10^{3}	2.084×10^{2}	837.5	1.280×10^{-2}	3.198×10^{-1}
662.5	8.746×10^{4}	7.594×10^{2}	862.5	2.501×10^{-3}	1.506×10^{-1}
687.5	2.600×10^{4}	2.635×10^{2}	887.5	3.937×10^{-3}	1.446×10^{-1}

表 5: CO_2 4.3 μm バンドパラメータ

ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i	ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i
2212.5	9.504×10^{-1}	2.866×10^{0}	2337.5	5.587×10^{5}	1.206×10^{3}
2237.5	2.217×10^{2}	3.000×10^{1}	2362.5	6.819×10^{5}	1.182×10^{3}
2262.5	4.566×10^{3}	1.134×10^{2}	2387.5	1.256×10^{4}	8.873×10^{1}
2287.5	7.965×10^{3}	2.011×10^{2}	2412.5	7.065×10^{-1}	3.404×10^{-1}
2312.5	1.055×10^{5}	5.880×10^{2}	2437.5	8.522×10^{-2}	4.236×10^{-1}

表 6: CO_2 2.7 μm バンドパラメータ

ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i	ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i
3150	1.324×10^{-1}	9.836×10^{-1}	3650	1.543×10^{4}	3.245×10^{2}
3250	7.731×10^{-2}	4.900×10^{-1}	3750	1.649×10^{4}	2.722×10^{2}
3350	1.232×10^{0}	2.952×10^{0}	3850	1.180×10^{-1}	9.535×10^{-1}
3450	5.159×10^{0}	7.639×10^{0}	3950	1.464×10^{-2}	2.601×10^{-1}
3550	4.299×10^{3}	1.914×10^{2}	4050	1.251×10^{-2}	2.021×10^{-1}

表 7: CO_2 2.0 μm バンドパラメータ

ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i	ν_i(cm^{-1})	s_i	α_i
4650	2.185×10^{-1}	1.916×10^{0}	5050	8.778×10^{1}	2.012×10^{1}
4750	2.040×10^{0}	6.475×10^{0}	5150	8.346×10^{1}	1.804×10^{1}
4850	1.197×10^{2}	3.112×10^{1}	5250	8.518×10^{-2}	8.474×10^{-1}
4950	4.829×10^{2}	5.759×10^{1}	5350	4.951×10^{-1}	1.597×10^{0}

5.2 ダストの放射

ダストによる太陽放射, 赤外放射の吸収, 散乱, 射出はともに δ-Eddington 近似 (例えば Liou, 1980 を参照) を用いて計算する. δ-Eddington 近似は非等方な散乱のある大気放射伝達を計算する場合によく用いられる方法である. 可視光および赤外光に対するダストの非対称因子はともに前方散乱を表す 0 から 1 の範囲にある.

ダストによる太陽放射の散光の上向き放射フラックス $F^{\uparrow}_{dif,\nu_i}$, 下向き放射フラックス $F^{\downarrow}_{dif,\nu_i}$ は以下の式で計算される.

$$\frac{dF^{\uparrow}_{dif,\nu_i}}{d\tau^*_{\nu_i}} = \gamma_{1,\nu_i}F^{\uparrow}_{dif,\nu_i} - \gamma_{2,\nu_i}F^{\downarrow}_{dif,\nu_i} - \gamma_{3,\nu_i}\tilde{\omega}^*_{\nu_i}S_{\nu_i}e^{-\tau^*_{\nu_i}/\mu_0}, \tag{31}$$

$$\frac{dF^{\downarrow}_{dif,\nu_i}}{d\tau^*_{\nu_i}} = \gamma_{2,\nu_i}F^{\uparrow}_{dif,\nu_i} - \gamma_{1,\nu_i}F^{\downarrow}_{dif,\nu_i} + (1-\gamma_{3,\nu_i})\tilde{\omega}^*_{\nu_i}S_{\nu_i}e^{-\tau^*_{\nu_i}/\mu_0}. \tag{32}$$

境界条件は, 大気上端での下向き放射 $F^{\downarrow}_{dif,\nu_i}$ が 0, 大気下端での上向き放射 $F^{\uparrow}_{dif,\nu_i}$ は $F^{\downarrow}_{dif,\nu} \times A$ (A は地表面アルベド) である. $\gamma_{1,\nu_i}, \gamma_{2,\nu_i}, \gamma_{3,\nu_i}$ はそれぞれ

$$\gamma_{1,\nu_i} = \frac{1}{4}[7-(4+3g^*_{\nu_i})\tilde{\omega}^*_{\nu_i}], \quad \gamma_{2,\nu_i} = -\frac{1}{4}[1-(4-3g^*_{\nu_i})\tilde{\omega}^*_{\nu_i}], \quad \gamma_{3,\nu_i} = \frac{1}{4}(2-3g^*_{\nu_i}\mu_0),$$

と表される. $\tau^*_{\nu_i}, \tilde{\omega}^*_{\nu_i}, g^*_{\nu_i}$ は δ-Eddington 近似に伴い修正された光学的厚さ, 一次散乱アルベド, 非対称因子で, それぞれ

$$\tau^*_{\nu_i} = (1-\tilde{\omega}_{\nu_i}g^2_{\nu_i})\tau_{\nu_i}, \quad \tilde{\omega}^*_{\nu_i} = \frac{(1-g^2_{\nu_i})\tilde{\omega}_{\nu_i}}{1-\tilde{\omega}_{\nu_i}g^2_{\nu_i}}, \quad g^*_{\nu_i} = \frac{g_{\nu_i}}{1+g_{\nu_i}},$$

である. $\tau_{\nu_i}, \tilde{\omega}_{\nu_i}, g_{\nu_i}$ はもともとの光学的厚さ, 一次散乱アルベド, 非対称因子である.

ダストによる赤外放射の吸収と散乱, 射出も同様に計算する. ただし太陽直達光の一次散乱を表す項の代わりに熱輻射項が付く.

$$\frac{dF^{\uparrow}_{IR,\nu_i}}{d\tau^*_{\nu_i}} = \gamma_{1,\nu_i}F^{\uparrow}_{IR,\nu_i} - \gamma_{2,\nu_i}F^{\downarrow}_{IR,\nu_i} - 2\pi(1-\tilde{\omega}^*_{\nu_i})B_{\nu_i,T}(\tau^*_{\nu_i}), \tag{33}$$

$$\frac{dF^{\downarrow}_{IR,\nu_i}}{d\tau^*_{\nu_i}} = \gamma_{2,\nu_i}F^{\uparrow}_{IR,\nu_i} - \gamma_{1,\nu_i}F^{\downarrow}_{IR,\nu_i} + 2\pi(1-\tilde{\omega}^*_{\nu_i})B_{\nu_i,T}(\tau^*_{\nu_i}). \tag{34}$$

境界条件は, 大気上端での下向き放射 $F^{\downarrow}_{IR,\nu_i}$ が 0, 大気下端での上向き放射 $F^{\uparrow}_{IR,\nu_i}$ は $\pi B_{\nu,T_{sfc}}$ である. (33), (34) 式中のプランク関数 $B_{\nu_i,T}$ は, バンド内での平均値を用いる.

$$B_{\nu_i,T} = \frac{1}{\nu_2-\nu_1}\int_{\nu_1}^{\nu_2} B_{\nu,T}\,d\nu.$$

ここで ν_1, ν_2 は各バンドの上端と下端の波長である.

ダスト放射による放射加熱率は以下の式で計算される.

$$Q_{rad,dust,SR} = -\frac{1}{\rho_a c_p}\frac{d}{dz}\left[\sum_{\nu_i}\Delta\nu_i\left(F^{\uparrow}_{dif,\nu_i} - F^{\downarrow}_{dif,\nu_i} - F^{\downarrow}_{dir,\nu_i}\right)\right], \quad (35)$$

$$Q_{rad,dust,IR} = -\frac{1}{\rho_a c_p}\frac{d}{dz}\left[\sum_{\nu_i}\Delta\nu_i\left(F^{\uparrow}_{IR,\nu_i} - F^{\downarrow}_{IR,\nu_i}\right)\right]. \quad (36)$$

ここで $F^{\downarrow}_{dir,\nu_i}$ は直達太陽放射フラックスで,

$$F^{\downarrow}_{dir,\nu_i} = \mu_0 S_{\nu_i} e^{-\tau_{\nu_i}/\mu_0} \quad (37)$$

である. ダストの質量混合比から光学的厚さを求めるためには, ダストの有効半径 r_m が必要となる. 本モデルではダストの粒径分布として Toon *et al.* (1977) で用いられた変形ガンマ関数分布を仮定する.

$$\frac{dn(r)}{dr} = n_0 r^{\alpha} \exp\left[-\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)\left(\frac{r}{r_m}\right)^{\gamma}\right]. \quad (38)$$

ダストの光学的厚さ

波数 ν の光に対する光学的厚さ τ_ν は, 単位体積あたりの消散係数 $\beta_{e,\nu}$ を用いて

$$\tau_\nu(z) = -\int_{z_t}^{z}\beta_{e,\nu}(r)\,dz \quad (39)$$

と表される. ここで z_t は大気上端高度である. $\beta_{\nu,e}$ は

$$\beta_{e,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{e,\nu}(r)\frac{dn(r)}{dr}\,dr \quad (40)$$

と表される. ここで $\sigma_{e,\nu}$ は**消散断面積** (extinction cross section), $dn(r)/dr$ は散乱物質の粒径分布関数である (cf. Liou, 1980; 柴田, 1999). 質量消散係数 k_e との関係は,

$$\rho_a q_s k_{e,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{e,\nu}(r)\frac{dn(r)}{dr}\,dr \quad (41)$$

となる. ここで ρ_a は大気の密度, q_s は散乱物質の質量混合比である. 同様に単位体積あたりの散乱係数, 吸収係数は, **散乱断面積** (scattering cross section) $\sigma_{s,\nu}$, **吸収断面積** (absorption cross section) $\sigma_{a,\nu}$ を用いて

$$\beta_{s,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{s,\nu}(r)\frac{dn(r)}{dr}\,dr, \quad (42)$$

$$\beta_{a,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{a,\nu}(r)\frac{dn(r)}{dr}\,dr, \quad (43)$$

と表される．この場合一次散乱アルベド $\tilde{\omega}_\nu$ は

$$\tilde{\omega}_\nu = \frac{\beta_{s,\nu}}{\beta_{a,\nu}} \tag{44}$$

となる．

消散断面積を幾何学的断面積で割った値を**消散効率** (extinction efficiency) と呼び，これを $Q_{e,\nu}$ と表す．

$$Q_{e,\nu} = \frac{\sigma_{e,\nu}}{\pi r^2}, \tag{45}$$

同様に**散乱効率** (scattering efficiency) $Q_{s,\nu}$, **吸収効率** (absorption efficiency) $Q_{a,\nu}$ が定義される．

$$Q_{s,\nu} = \frac{\sigma_{s,\nu}}{\pi r^2}, \tag{46}$$

$$Q_{a,\nu} = \frac{\sigma_{a,\nu}}{\pi r^2}. \tag{47}$$

本モデルにおいては, ダストの質量混合比 q を既知の物理量としてダストの光学的厚さを求める．与えられるパラメータは粒径分布で平均された消散効率と $\overline{Q}_{e,\nu}$, 一次散乱アルベド $\tilde{\omega}_\nu$, 粒径分布関数 $dn(r)/dr$, そのモード半径 r_m と**有効半径** (断面積加重平均半径 (cross section weighted mean radius) ともいう) r_{eff}, そしてダストの密度 ρ_d である．$\overline{Q}_{e,\nu}$, r_{eff} はそれぞれ

$$\overline{Q}_{e,\nu} \equiv \frac{\int_0^\infty Q_{e,\nu} \pi r^2 \frac{dn(r)}{dr}\, dr}{\int_0^\infty \pi r^2 \frac{dn(r)}{dr}\, dr}, \tag{48}$$

$$r_{eff} \equiv \frac{\int_0^\infty r^3 \frac{dn(r)}{dr}\, dr}{\int_0^\infty r^2 \frac{dn(r)}{dr}\, dr}, \tag{49}$$

で与えられる． 散乱物質の形状を球形と仮定すると単位質量あたりの消散係数は,

$$\begin{aligned}
\beta_{e,\nu} &= \overline{Q}_{e,\nu} \int_0^\infty \pi r^2 \frac{dn(r)}{dr}\, dr, \\
&= \frac{\overline{Q}_{e,\nu}}{r_{eff}} \int_0^\infty \pi r^3 \frac{dn(r)}{dr}\, dr, \\
&= \frac{\overline{Q}_{e,\nu}}{r_{eff}} \frac{3\rho_a q_s}{4\pi\rho_d},
\end{aligned} \tag{50}$$

となる．ここで ρ_a は大気の密度である．したがって光学的厚さは τ_ν は

$$\tau_\nu = -\int_{z_t}^{z} \frac{\overline{Q}_{e,\nu}}{r_{eff}} \frac{3\rho_a q_s}{4\pi\rho_s}\, dz, \tag{51}$$

となる．

パラメータ

ダスト放射の考慮する波長領域と光学パラメータは Forget *et al.* (1999) のそれに準じている．ただし CO_2 の 15 μm バンドと重なる 11.6–20 μm バンドは考慮しない．吸収線が重なる場合の放射伝達の扱いが多少複雑になるからである．可視光波長領域バンドと CO_2 近赤外吸収帯との吸収線の重なりは無視する．CO_2 によって吸収される太陽放射量は全太陽放射量の 1% 程度なので, 吸収線の重なりを無視しても放射計算の結果は変わらないと判断した.

5–11.6 μm 赤外吸収バンドの光学的厚さ $\tau_{5-1.6\mu m}$ は 0.67 μm における消散係数 $Q_{e,0.67\mu m}$ を用いて計算された可視光に対する光学的厚さと, 観測から得られている可視と赤外の光学的厚さの比 $\tau_{0.67\mu m}/\tau_{9\mu m}$ を利用して計算する．20–200 μm バンドの光学的厚さは, $\tau_{5-11.6\mu m}$ と表 8 に示した $Q_{e,\nu_i}/Q_{e,0.67\mu m}$ の比から計算する．

表 8: ダストのバンドと光学パラメータ

バンド (μm)	バンド (cm^{-2})	$Q_{e,\nu_i}/Q_{e,0.67\mu m}$	$\tilde{\omega}_{\nu_i}$	g_{ν_i}
0.1–5 μm	2000–10^5	1.0	0.920	0.55
5–11.6 μm	870–2000	0.253	0.470	0.528
20–200 μm	50–500	0.166	0.370	0.362

表 9: その他のダストに関するパラメータ

パラメータ	標準値	備考
$Q_{e,0.67\mu m}$	3.04	Ockert-Bell, *et al.* (1997)
$\tau_{0.67\mu m}/\tau_{9\mu m}$	2	Forget (1998)
r_{eff}	2.5 μm	Pollack *et al.* (1979)
r_m	0.4 μm	Pollack *et al.* (1979)

5.3 太陽放射フラックスと天頂角パラメータ

全波長で積分された大気上端における太陽放射フラックス F_s は, 季節, 緯度, 時刻によって変化する．ここでは季節, 緯度を指定した場合の各時刻における F_s の計算方法を示す.

平均軌道距離上での太陽定数を I_0 (Wm^{-2}), 太陽からの距離を r, その平均距離を r_0, 太陽天頂角を ζ, 緯度を ϕ, 太陽の赤緯を δ , 時角 (地方時 t から π ずれたもの, $2\pi t/T - \pi$) を h とする．太陽放射 F_s は

$$F_s = I_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \cos\zeta, \tag{52}$$

$$\cos\zeta = \sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos h, \tag{53}$$

と与えられる (例えば小倉, 1999 を参照). 太陽からの距離 r と赤緯 δ は,

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\omega}, \\
\sin\delta &= \sin\alpha\sin(\omega-\omega_0)
\end{aligned}
$$

と表される. ここで θ は近日点からの太陽の角度位置, a は軌道長半径, e は軌道離心率, α は自転軸の傾き, ω は真近点角, ω_0 は近日点からの春分点角度位置である. 以上の式を $r_0 = a$, 火星中心黄径 $L_s \equiv \omega - \omega_0$ を用いてまとめると,

$$
F_s = I_0 \left(\frac{1+e\cos(L_s+\omega_0)}{1+e^2} \right)^2 \left[\sin\phi\sin\alpha\sin L_s + \cos h\cos\phi\sqrt{1-\sin^2\alpha\sin^2 L_s} \right] \tag{54}
$$

となる.

パラメータ

大気上端の太陽放射フラックス計算に現れるパラメータの標準設定は以下のようになっている.

表 10: 太陽放射フラックス計算のパラメータ

パラメータ	標準値	備考
ϕ	20°N	Pollack *et al.* (1979)
L_s	100 °	〃
e	0.093	理科年表 2000 年版
α	25.2°	〃
ω_0	110°	Carr (1996) 図 1-1
I_0	591 $\mathrm{Wm^{-2}}$	理科年表 2000 年版

6 地表面熱収支モデル

地中の温度は一次元の熱伝導方程式を解いて計算する.

$$\rho_g c_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial t} = k_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial z^2}. \tag{55}$$

ここで T_g は地中温度 (K), ρ_g は地面物質の密度 (kgm^{-3}), $c_{p,g}$ は地面物質の比熱 (Jkg^{-1}K^{-1}), k_g は熱伝導率 (Wm^{-1}K^{-1}) である. 地表面温度 T_{sfc} は $T_{sfc} = T_g|_{z=0}$ で与えられる.

地表面での境界条件は,

$$-k \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} = -F_{SR}(1-A) + F_{IR,net} + H, \tag{56}$$

である. ここで F_{SR} は地表面での太陽放射フラックス (鉛直下向きを正), A は地表面での反射能 (アルベド), $F_{IR,net}$ は地表面から射出される正味の赤外放射フラックス, H は地表面から大気へ輸送される顕熱フラックスである. 赤外放射, 顕熱フラックスは鉛直上向きを正にとっている. 計算領域下端における境界条件は断熱壁を置く.

パラメータ

アルベド, 地面物質の密度と比熱, 熱伝導率の標準設定値は Kieffer *et al.* (1977) の標準モデルにおけるパラメータを用いる.

表 11: 地表面熱収支モデルのパラメータ

パラメータ	標準値	備考
A	0.25	Kieffer *et al.* (1977)
ρ_g	1650 kgm^{-3}	〃
$c_{p,g}$	588 JK^{-1}kg^{-1}	〃
k_g	7.63×10^{-2}JK^{-1}m^{-1}sec^{-1}	〃

これらのパラメータから計算される熱慣性 $I \equiv \sqrt{\rho_g c_{p,g} k_g}$ は 272 Wm^{-2}sec$^{1/2}$K^{-1}, 日変化の周期 t_d に対する表皮深さ $\delta_d \equiv \sqrt{k_g t_d/(\rho_g c_{p,g})}$ はおよそ 8.2 cm となる.

参考文献

Carr, M. H. 1996: *Water on Mars*, Oxfird Univ. Press, 229pp.

Conrath, B. J., 1975: Thermal structure of the Martian atmosphere during the dissipation of the dust storm of 1971, *Icarus*, **24**, 36–46.

Forget, F., 1998: Improved optical properties of the Martian atmospheric dust for radiative transfer calculations in the infrared, *Geopys. Res. Lett.*, **25**, 1105–1108.

Forget, F., F. Hourdin, R. Fournier, C. Hourdin, O. Talagrand, M. Collins, S. R. Lewis, P. L. Read, and J. P. Huot, 1999: Improved general circulation models of the Martian atmosphere from the surface to above 80 km, *J. Geophys. Res.*, **104**, 24155–24175.

Goody, R. M., and Y. L. Yung, 1989: *Atmospheric Radiation (Theoritcal basis)*, 2'nd ed., Oxford Univ. Press, 519pp.

Houghton, J. T., 1986: *The Physiscs of Atmospheres*, 2'nd ed., Cambridge Univ. Press, 271pp.

国立天文台編, 2000: 理科年表 2000 年版, 丸善.

Kieffer, H. H., T. Z. Martin, A. R. Peterfreund, B. M. Jakosky, E. D. Miner, and F. D. Palluconi, 1977: Thermal and albedo mapping of Mars during the Viking primary mission, *J. Geophys. Res.*, **82**, 4249–4291.

Klemp, J. B., and R. B. Wilhelmson, 1978: The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1070–1096.

Liou, K-N. 1980: *An Introduction to Atmosphric Radiation*, Academic Press, 392pp.

Louis, J. 1979: A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Bound.-Layer Meteor.*, **17**, 187–202.

Nakajima, K. 1994: Direct numerical experiments on the large-scale organizations of cumulus convection, Ph.D thesis, Department of Earth and Planetary Science, Graduate School of Science, University of Tokyo, Tokyo, Japan(in Japanese).

Ockert-Bell, M. E., J. F. Bell III, J. B. Pollack, C. P. McKay, and F. Forget, 1997: Absorption and scattering properties of the Martian dust in the solar wavelengths, *J. Geophys. Res.*, **102**, 9039–9050.

小倉 義光, 1999: 一般気象学 第 2 版, 東京大学出版会.

Ogura, Y., and N. A. Phillips, 1962: Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **19**, 173–179.

小高正嗣, 中島健介, 石渡正樹, 林祥介, 2001: 2 次元非弾性系を用いた火星大気放射対流の数値計算, ながれマルチメディア 2001, http://www.nagare.or.jp/mm/2001/odaka/

Pollack, J. B., D. S. Colburn, F. M. Flasar, R. Kahn, C. E. Carlston, and D. Pidek, 1979: Properties and effects of dust particles suspended in the Martian atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **84**, 2929–2945.

Savijärvi, H. 1991a: Radiative fluxes on dustfree Mars, *Contr. Atmosph. Phys.*, **64**, 103–112.

柴田清孝, 1999: 光の気象学, 応用気象学シリーズ 1, 朝倉書店

Sutton, J. L., C. B. Leovy, and J. E. Tillman, 1978: Diurnal variations of the Martian surface layer meteorological parameters during the first 45 sols at two Viking lander sites, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 2346–2355.

Toon, O. B., J. B. Pollack, and C. Sagan, 1977: Physical properties of the particles composing the Martian dust storm of 1971–1972, *Icarus*, **30**, 663–693.

White, B. R., B. M. Lacchia, R. Greeley, and R. N. Leach, 1997: Aeolian behavior of dust in a simulated Martian environment, *J. Geophys. Res.*, **102**, 25629–25640.