

# M 型星ハビタブルゾーン内の 同期回転惑星における氷床量の推算

北海道大学理学部地球惑星科学科  
惑星宇宙グループ地球流体力学研究室 4 年

山東俊太

指導教員：石渡正樹

2020/01/31

# 要旨

系外惑星の中で惑星表面で液体水が存在できる領域，すなわちハビタブルゾーンの中を周回しているものは自転と公転の周期が等しい同期回転惑星が多い．同期回転している惑星では昼半球から夜半球への熱と水の輸送を伴った移流が存在していると予測されている (Joshi, 2003)．ハビタブルゾーン内の同期回転惑星では，先述した移流の存在によって昼半球と夜半球の間の温度が均されることで惑星表層に液体の水を保持できると考えられていた．しかし，移流によって水が運ばれることを考慮すると，昼半球から運ばれた水は温度の低い夜半球で氷となる．このプロセスが起こると<sup>1)</sup>惑星表層の水が夜半球に氷として固定されてしまい，昼半球に液体の水が残らなくなってしまう (Menou, 2013)．

Menou (2013) は数値シミュレーションによって，M 型星ハビタブルゾーン内を周回する地球と同サイズの同期回転惑星の場合，地球のバルク水量の 1/4 程度の水が夜半球に氷トランプされる可能性を示唆した．

Menou(2013) では氷床基部での融解を考えて夜半球に出来る氷床の厚さの上限を求め，それに氷床の面積をかけることで氷塊量に換算している．しかし，その計算では降雪の効果が十分に考慮されていなかった．また，惑星上に水が無限に存在するという仮定を用いて計算を行っており，惑星の保持する水の量に対する氷厚の依存性を考慮できていなかった．成田 (2017) ではこれらの 2 つの問題点を取り入れて計算を行っている．成田 (2017) は，惑星表面における液体水と氷の分配を総水量の関数として示し，総水量が多いほど昼半球に残る液体水の量が多くなる可能性を示唆した．また，地球と同程度の水を保持している惑星でも恒星直下点付近のみが湿潤になるという結果が得られた．そのため，たとえ地球のような半径，質量を有した惑星であっても同期回転している場合は液体水の分布や存在量が地球のものとは異なることが考えられる．

---

<sup>1)</sup> 夜半球から昼半球への流れもあるのでその分を差し引いた正味の輸送量が正である場合を考える．

---

---

Menou(2013) と成田 (2017) ではシミュレーションの際に夜半球で形成された氷床の起伏が大気循環に与える効果を見逃していた。氷床の起伏を考慮して計算を行ったのが新井 (2019) である。新井 (2019) では惑星の水分量を変えたいくつかの条件で計算を行っている。そのうち、水が無限に存在する水飽和実験で氷床が過剰に成長し、昼半球にも氷床が形成されるという結果が得られた。新井 (2019) の計算結果が正しいならば、総水量が多いほど昼半球に液体水が残りやすいという考えは誤りで、総水量が過剰に多い場合は全球凍結の可能性があることになる。また、新井 (2019) では考慮されていない地表での流水の効果や氷床の水平方向の移流をを考慮する点を増やした計算を行うことでより正確な結果が得られるだろう。

新井 (2019) の再現計算、考慮する点を増やした新たな実験を目標とし、まずはその足がかりとしてモデル計算の理解を深めるためにテスト計算を行った。テスト計算の結果、意図したとおりの出力が得られた。無事にモデル計算を行えることが確認できたので、新井 (2019) の再現実験や考慮する点を増やした新たな実験に取り組んでいく予定である。

---

---

# 目次

第 1 章	はじめに	6
第 2 章	関連論文のレビュー	8
2.1	Menou(2013) のレビュー	8
2.1.1	目的	8
2.1.2	モデルと計算設定	9
	夜半球の氷床	11
	氷床の流動による制限	14
	熱力学的な融解による制限	16
2.1.3	結果	17
	Menou(2013) の計算	17
	氷塊量	18
2.1.4	結論	20
2.1.5	問題点	21
2.2	成田 (2017)	23
2.2.1	目的	23

---

---

2.2.2	手法と設定	24
	計算設定	24
	鉛直移流上限	25
	上空乾燥上限	27
2.2.3	結果	27
	地表面温度と地表水収支	27
	水蒸気と温度の鉛直分布	32
	氷塊量	35
	水と氷の分配	37
2.2.4	結論	39
2.2.5	問題点	40
2.3	新井 (2019)	41
2.3.1	目的	41
2.3.2	手法と設定	41
	氷層厚の決定	41
	惑星の設定	42
	地形の変化の反映	42
2.3.3	結果	42
2.3.4	結論	46
	昼面水飽和実験	46
	昼面部分乾燥実験	46

---

---

2.3.5	問題点 . . . . .	46
第 3 章	数値実験の試み	48
3.1	目的 . . . . .	48
3.2	テスト計算 . . . . .	49
3.2.1	モデル . . . . .	49
3.2.2	計算設定 . . . . .	49
3.2.3	結果 . . . . .	49
3.2.4	今後の計画 . . . . .	50
第 4 章	まとめ	53
4.1	レビューのまとめ . . . . .	53
4.2	現状および今後の展望 . . . . .	54

---

---

# 第 1 章

## はじめに

近年様々なタイプの系外惑星が発見されている (図 1.1). 宇宙には, 太陽系では考えられないような特性をもった惑星などさまざまなタイプの惑星が存在することが分かっている. 地球の生物は生命維持に水を必要とすることから, 生命の誕生には水が不可欠だと考えられており, その水の存在が観測された惑星もある. 地球の外で生命が存在しうる環境, すなわち系外惑星について深く知ることが, 地球, ひいては生命の誕生についての理解につながるだろう.

観測手法には主にドップラー法とトランジット法があるが, それらの特性上, 質量の小さな主星の周りを回る惑星が発見されやすい. そのような主星のハビタブルゾーン (Kasting,1993)<sup>1)</sup>は, 主星の放射が小さいために主星からの距離が近くなる. そのためハビタブルゾーン内の惑星は主星からの潮汐力を強く受けて, 公転周期と自転周期が等しくなる. このような惑星を同期回転惑星と呼ぶ. したがって, 今回は比較的小さな恒星である M 型星のハビタブルゾーン内を公転する同期回転惑星に主眼を置いて論を進めようと思う.

M 型星のハビタブルゾーン内を周回している惑星は同期回転しているものが多い. これらの惑星はハビタブルゾーン内に位置しているので液体の水が存在しうる表面温度を有している可能性がある. しかし, 同期回転惑星では日射のパターンが固定されており, 日射が常に当たっている昼半球から反対側の夜半球への移流が存在する (Joshi,2013). この移流によって暖かい昼半球から寒い夜半球へと水が運ばれた場合, 惑星の水が氷として固

---

<sup>1)</sup> 惑星表面で液体水が存在できる領域. 恒星からの距離で決まる.

---

定されてしまうことが予測される。したがって、昼半球が液体の水を保持できるか、という問題は夜半球に形成される氷床の量を求めることでアプローチできる (Menou,2013)。今回の論文では夜半球の氷トラップについて問題提起した Menou(2013), Menou(2013) では考慮されていなかった氷床内の鉛直移流と惑星の総水量への依存性を考慮した成田 (2017), 成田 (2017) に氷床の起伏の効果を取り入れた新井 (2019) の三本を時系列にそってレビューするとともに、再現実験などを通して結果を考察していく。

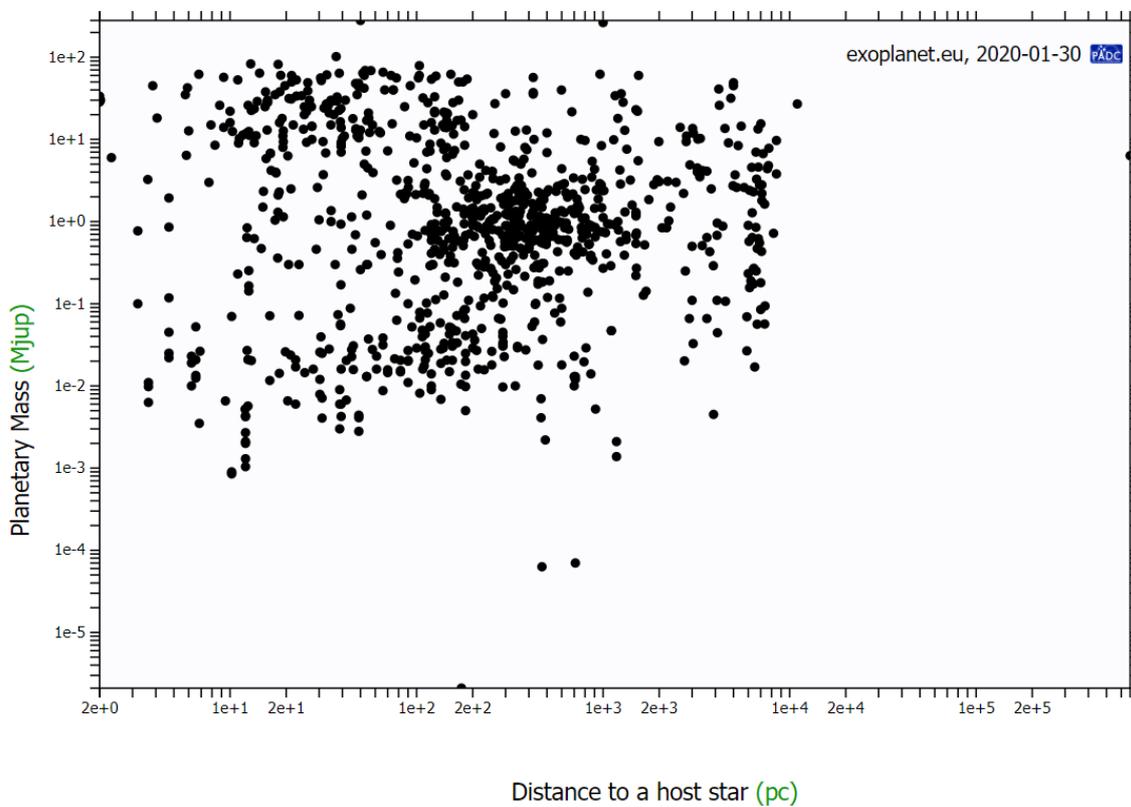


図 1.1 現在発見されている系外惑星をプロットした図。横軸が地球からの距離。縦軸が惑星質量。図は exoplanet.eu で作成。

## 第 2 章

# 関連論文のレビュー

### 2.1 Menou(2013) のレビュー

#### 2.1.1 目的

Joshi(2003) 以前は同期回転惑星は日射の分布が固定されてしまうために、昼半球の温度が高温になり、地表に液体の水が存在できないのではないかと考えられていた。しかし、先述した Joshi(2003) などの GCM 計算によって昼半球から夜半球への移流の存在が示され、昼半球は熱を夜半球に輸送することで、地表温度を沸点未満にできるという示唆が得られた。したがって、同期回転惑星はハビタブルな環境である可能性が高いということになる。Menou(2013) はこの説に疑問を投げかける論文である。Menou(2013) によると、これらの惑星には注意を払うべき問題が二つある。それは、潮汐加熱による揮発性物質の欠乏と水が氷として固定されてしまうことである。水を豊富に保持する惑星であっても、同期回転に達する前の強い潮汐加熱によって表層の水が失われる可能性がある。また、昼半球から夜半球への移流を考えると、熱だけでなく水も運ばれるため、寒い夜半球に運ばれた水は融点を下回り氷として固定されてしまう。Heath et al.(1999) と Joshi(2003) はこの効果を考慮に入れて議論を行っている。しかし、それらの論文は融解によって氷トラップがいかにか効果的に進まないのか、という点に力点を置いて議論している。Menou によると、惑星の保持する表層水が少量であった場合、このプロセスが効率よく起こり、惑星が持つすべての水が夜半球に氷として固定され、昼半球に液体の水は残らなくなってしまう。したがって、同期回転惑星のハビタビリティを議論する際には、昼半球から夜半球へ

---

---

の移流にともなう氷床成長を考慮しなければならない。そして、初期に惑星がどれくらいの水を保有していれば昼半球に液体の水を残せるかを吟味するために、夜半球に形成される氷床量を推算することがこの論文の目的である。

### 2.1.2 モデルと計算設定

Menou(2013) では、Hamburg 大学が作成した惑星シミュレータを使用している。この惑星シミュレータは擬スペクトル法を使用しており、雲形成の診断、蒸発、降水、厚さ 50m の板海モデル、熱力学的な海水モデル (詳細は Fraedrich et al.2005) など地球型惑星の水循環を再現するための詳細な定式化を含んでいる。Menou によるとこのモデルは現在の地球気候に合わせたものではあるが、地球と少し異なった条件下でも正確な計算が気体できるとあるが、特に根拠が上げられているわけではないので、確かめる余地があるように思える。シミュレーションの解像度は T42L10 を使用している。

Menou(2013) は同期回転惑星の恒常的な日射パターンを用いた計算が可能になるように惑星シミュレータを修正している。一つ目の修正点は離心率と傾斜角である。潮汐固定された惑星に関する先行研究との整合性を保つために離心率、傾斜角を 0 に設定している。二つ目は自転周期である。0.3 太陽質量の M 型星の周りを公転する惑星を考慮した 240 時間 (Edson et al.2012) にしている。同期回転惑星であるため、公転周期は自転周期と等しい。

今回の実験では M 型星のハビタブルゾーンを周回する同期回転惑星について考えているが、重力定数や地表面気圧などのパラメータを変更したいくつかのモデルでそれぞれ計算を行っている (表 2.1.1 参照)。また、Menou は結果に大きな影響を与えないとしてすべてのモデルから地形の高度分布の効果を抜いている。後述するが、地形の高度分布が存在することによって、大気の移流が変化し、夜半球に形成される氷床の量にも関係するため、計算が可能であれば高度分布の効果を考慮する方がより正確な値が得られるだろう。この実験ではすべてのモデルで 40 ヶ月の計算を行っている。Menou によると、これは地球によく似た初期条件から計算を開始して恒常的な日射パターンの下で表面温度が定常状態に達するのに十分な時間である。

---

表 2.1 各モデルの主要パラメータと結果

モデル	主要パラメータ	夜半球での降雪量:mm/day	氷厚:GEL(m)
Earth1	$P_{rot} = 240$ h, 恒星直下点経度 = 0deg	0.12	470
Earth2	$P_{rot} = 240$ h, 恒星直下点経度 = 90deg	0.11	440
Earth3	$P_{rot} = 240$ h, 恒星直下点経度 = 180deg	0.26	400
Earth.lowP	$P_{surf} = 0.3$ bar, 他の値は Earth1 準拠	0.27	770
Earth.lowCO2	$CO_2 = 36$ ppm, 他の値は Earth1 準拠	0.10	600
Earth.highCO2	$CO_2 = 3600$ ppm, 他の値は Earth1 準拠	0.16	320
Earth.fast	$P_{rot} = 120$ h, 他の値は Earth1 準拠	0.29	340
Earth.slow	$P_{rot} = 480$ h, 他の値は Earth1 準拠	0.009	490
SuperEarth	$g = 29.63$ m s <sup>-2</sup> , $R_p = 11000$ km, 他の値は Earth1 準拠	0.07	400
Aquaplanet	Earth1 から大陸を削除したもの	0.06	560

40 ヶ月の計算で十分に定常状態に達する, という部分に対して明確な証拠が挙げられていなかった, Menou(2013) が使用している惑星シミュレータとは異なるモデルではあるが, DCPAM<sup>1)</sup>を使用してテスト実験を行った. 結果が図 2.1 である.

<sup>1)</sup> モデルの詳細に関しては付録参照.

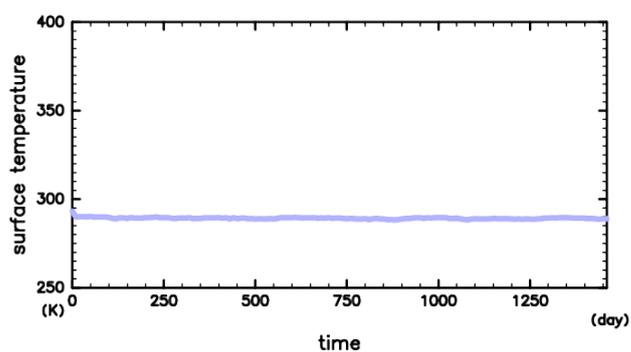


図 2.1 DCPAM を用いて計算した表面温度の水平平均。横軸は計算開始からの日数。恒常的な日射パターンを持つ惑星を仮定した。各パラメータは地球と同様で、48 ヶ月の計算を行った。

図 2.1 は緯度平均した表面温度である。計算開始数日で定常状態に達しているように見えるので、40 ヶ月という時間設定は十分であるように思える。なおテスト計算では惑星が受け取る放射を恒常的なパターンにしていること以外は地球と同じ値を与えている。そのため、Menou のものとは多少条件が異なるだろう。

### 夜半球の氷床

Menou は潮汐固定された惑星の夜半球において氷層がとりうる構造を 3 パターンに分類している。このセクションではそれらの構造を説明している。便宜上、一様に平らな海盆を海底して、大陸を無視する。

### Ice Shelf Configuration

氷床基部の融解を考慮すると、氷層の厚さは地殻からの熱フラックスによって制限される。(式 (5)) Menou によると夜半球の温度が極端に低温でないこと、氷層に豊富に水をもっていることのいずれか、もしくは両方を満たす潮汐固定された惑星では、夜半球で海の下に氷層を持つ。この構造は図 2 の"ice shlf configuration"に描かれている。この構造では昼半球からの水蒸気の輸送によって、夜半球で降水が起こる。しかしながら、底面融解によって氷厚が制限されるために、降雪が際限なく氷厚を大きくすることはないとしている。ただし Menou(2013) は降雪と融解の速度差を無視しており、底面融解の進む速度よりも速く降雪が起こった場合は氷厚が大きくなるだろう。したがって、氷厚を考える際には降雪による移流の効果も考慮に入れるべきであり、それを行ったのが 3 節で取り上げる成田 (2017) である。

### Ice Sheet Configuration

図 2 の二番目に描かれているのは"ice sheet configuration"である。この状態は夜半球の温度が低いこと、表層に水が乏しいことの両方もしくはいずれかを満たす際に起こる。この場合、温度の低い極付近の氷厚が大きくなり、基部には大きな圧力勾配が生じて氷は流出する。定常状態では氷の流出量と同量の流入が存在するはずである。氷厚を求めるためにはこのマスバランスを考えなければならず、そのためには氷の粘性流の特性を理解することが必要である。ただし、今回は Glen の氷流動則に則って式 (4) を採用している。

### Water-Trapped Configuration

3 つめの構造は"water-trapped configuration"である。これは"ice shelf configuration"の極端な場合であり、夜半球の温度が極端に低い場合や表層の水が非常に乏しい場合に起こる。この構造では昼半球に残る水が非常に少なくなる。どのくらいの水が夜半球に固定されてしまうのかを計算するために、定量的な氷床モデルの議論に戻る。

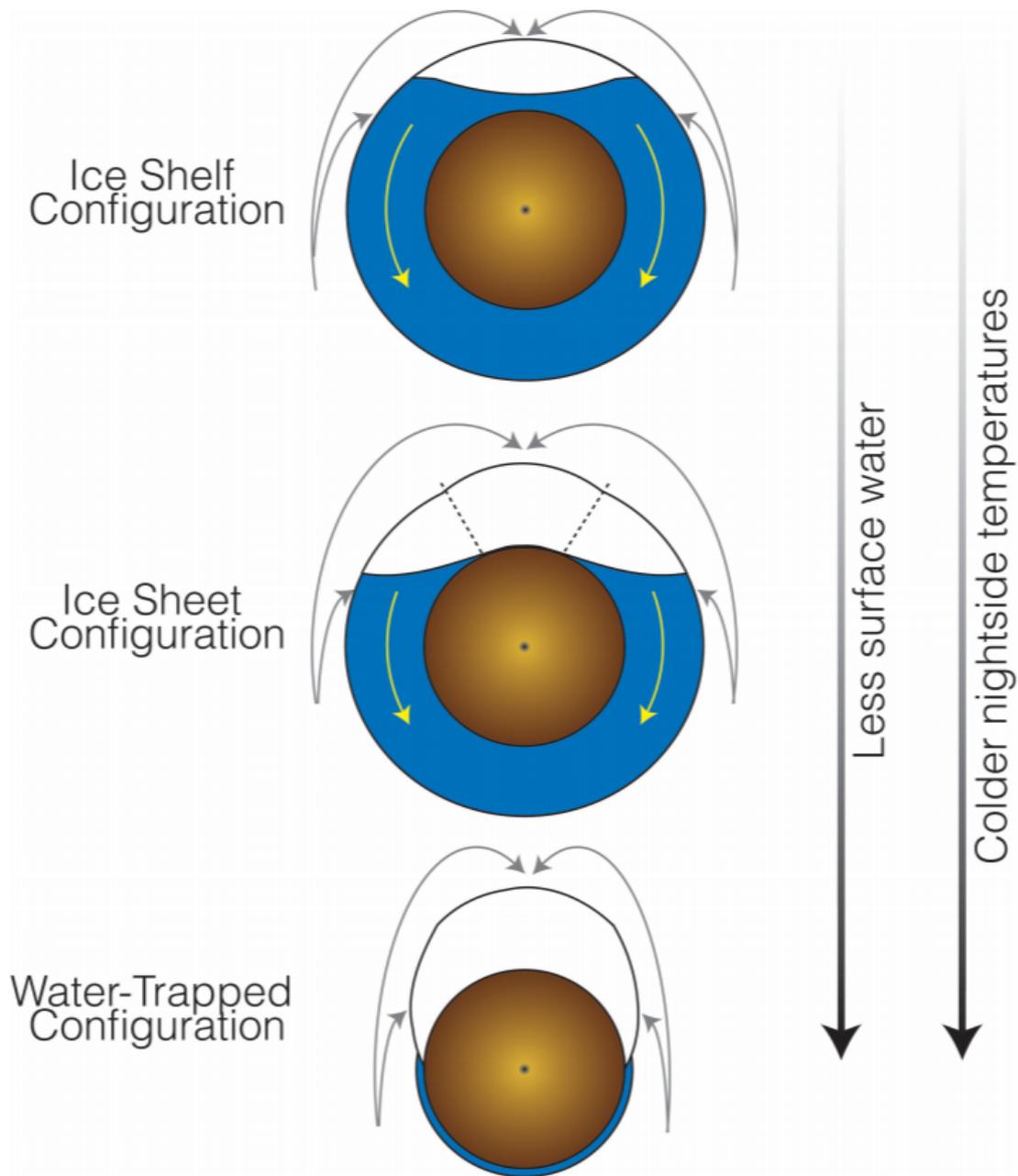


図 2.2 Menou(2013) の Fig.2. 潮汐固定された惑星の表層水が取り得る 3 つの構造を示している。上部が夜半球で下部が昼半球。青色の層は海、白色の層は氷、灰色の矢印は降雪、黄色の矢印は夜半球から昼半球からの氷床の流れを示している。

## 氷床の流動による制限

Bueler et al.2007 や Fowler 2011 など氷床の熱力学モデルはすでに存在したが、Menou は官界の議題においては力学と熱力学を分けて考えたほうが便利であるとした。基部が平らで滑りがない場合の等温氷床モデルの発展方程式は (1) である (Fowler 2011)<sup>2)</sup>。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ 2(\rho g)^3 A_0 \frac{h^{n+2} |\nabla h^{n-1}|}{n+2} \nabla h \right] + a \quad (2.1)$$

ここで、 $h$  は氷厚、 $\rho = 917 \text{ kg m}^{-3}$  は氷の密度、 $g$  は表面重力、 $A_0 = 10^{16} \text{ Pa yr}^{-1}$  は典型的な氷の流動速度 (氷床基部の粘性に関係する)、 $n = 3$  は非ニュートンの場合の Glen の法則に基づく典型的な値、 $a$  は氷の蓄積速度 (氷床上では一定と仮定) である。この式は氷厚  $h$  に対する非線形拡散方程式で、氷が薄いという近似のもと、質量保存と運土量保存を満たす。各括弧の中身は氷フラックスで、氷厚と水平勾配に強く依存する。有効拡散係数がかかっている。

(2.1) 式は解析解を持つ (e.g. Bueler 2003)。そして、そのような単純解をここでは使用している。 $n = 3$ 、一次元で線対称、定常状態の場合、解は

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r s^5 \left( \frac{ds}{dr} \right)^3 \right] + 1 = 0 \quad (2.2)$$

となる。ここで  $r = R/L$  は円筒座標における半径である。 $r = 1$  で氷床の端となる。 $s = h/Z$  は氷厚で、

$$Z = \left( \frac{5L^4 a}{2(\rho g)^3 A_0} \right)^{1/8} \quad (2.3)$$

は氷厚のスケールファクターである。まずは、 $r = 0$  において  $ds/dr = 0$  として、(2.2) を  $r$  について積分している。次に、 $r = 1$  において  $h = h_{cond}$  として  $r$  について積分している。この境界条件は、氷床が接地しなくなり、海に浮かぶポイントにおいて氷フラックスが有限の値をとることを保証する。このポイントのところまで氷床の式は有効である (Fowler 2011)。結果的に、氷厚についての解は、

$$h(R) = Z \left[ 4 \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{4/3} - \left( \frac{R}{2L} \right)^{4/3} \right] + \left( \frac{h_{out}}{Z} \right)^{8/3} \right]^{3/8} \quad (2.4)$$

<sup>2)</sup> Fowler(2011)を確認したが、現時点で(1)式の導出の理解には及んでいない。

---

となる。この氷厚は降雪として氷床に入ってくるフラックスと流動して氷床から外部に出ていくフラックスの釣り合いを考えたものである。以降では氷床流動上限と呼称することにする。この解は、 $h_{out} = 0$  で特異点となる (e.g. Bueler 2003)。  $h_{out} > 0$  の場合、全降雪と氷床端での有限な氷フラックスのバランスを考えることにおいて、妥当性を得るとしている。

図 2.3 は (2.4) 式から導かれた氷厚である。実線は  $L = 10000$  km の場合の解である。また、 $a = 0.1$  mm day<sup>-1</sup>, 境界の氷厚  $h_{out} = 1$  km と仮定してある。点波線は、 $h_{out} = 500$  m であることを除いて実線と同じである。これは降雪率  $a = 0.01$  mm day<sup>-1</sup> にしたことと一致する。破線は  $L = 500$  km,  $a = 0.1$  mm day<sup>-1</sup>,  $h_{out} = 500$  m の場合の解である。これら 4 つの解における氷厚のスケールファクター  $Z$  はそれぞれ, 7737, 7737, 5802, 5471 である。

スケールファクター  $Z$  は全球的な氷厚をよく示している。図 3 にあるように強い降雪は氷厚を大きくする。定常状態の氷厚はいかなる半径の場所であっても、全降雪と運び出される氷が釣り合うことを示す ((2.2) 式)。これらのモデルにおける典型的な氷厚はこのマスのバランスである。

2 節で議論した気候モデルは夜半球全域を超えて氷床が広がる可能性を示唆している。これは地球サイズの惑星を考えたとき  $L \simeq 10000$  km となることに相当する。これらのような気候モデルでの夜半球平均した降水量を代表する蓄積速度、典型的な氷厚は  $L = 10000$  km のとき  $Z \simeq 5.5 - 7.7$  km となる。このような氷の大きさはかなりの量の氷が夜半球にトラップされることを示唆している。しかし、Menou は熱力学的な制約を考えることでも氷床成長に上限を与えている。

---

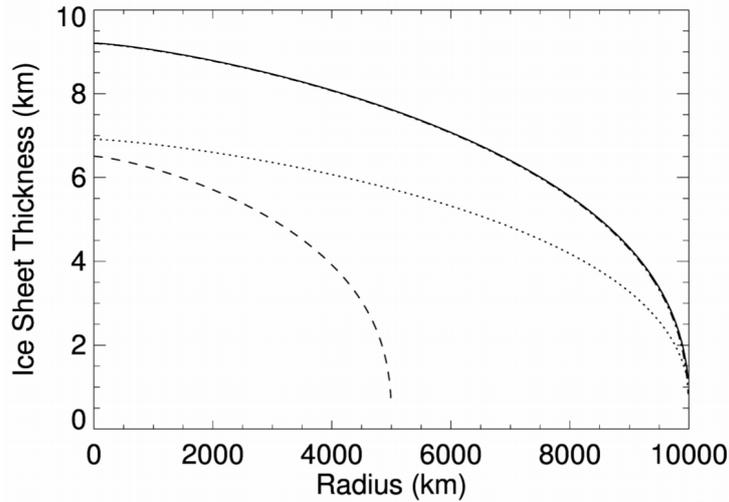


図 2.3 Menou(2013) の Fig.3. 氷床流動上限の解を示している．実線は氷床半径 10000 km, 降雪量  $0.1 \text{ mm day}^{-1}$ , 氷床外縁の厚さ 1 km の場合．点破線は実線と似た結果を示しており, 氷床外縁の厚さが 500 m であること以外は同様．点線は降雪量  $0.01 \text{ mm day}^{-1}$  である．破線は氷床半径を 5000 km に設定してある．

### 熱力学的な融解による制限

氷厚は基部の高圧下における融解によっても制限される．Menou は単純な形として, 地表からの地熱フラックスを氷床が輸送する定常状態の鉛直方向の伝導モデルを提示している．

$$h_{cond} = \frac{A}{F} \ln \frac{T_{melt}}{T_{surf}} \quad (2.5)$$

ここで水氷の伝導性は  $k(T) = AT^{-1}$  と与え,  $A = 651 \text{ W m}^{-1}$  である． $T$  は氷の温度で単位は  $K$  であり,  $F$  は地殻熱流量である (地球の  $\approx 0.09 \text{ W m}^{-2}$  という値を使用)． $T_{melt} \approx 260 \text{ K}$  は高圧下での氷の融点で,  $T_{surf}$  は氷層上端の温度である． $T_{surf}$  は 2 節で解説した気候シミュレーションモデルの地表大気との交換によって決まる．また, ここで得られた上限を非融解上限と呼称することにする．また, 式 (5) については付録で導出する．

したがって, (2.5) 式によると温度分布は非融解上限の分布と対応する．地球の地殻熱流量  $F$  を用いた水惑星の場合の結果が図 4 である．この分布から非融解上限が厳しい制約であることがわかる．夜半球の大部分の氷は融解する前に  $\approx 1 - 1.5 \text{ km}$  に達し, 数千 km

程度の寒い地域では厚い氷が広がっている (4.3 km 以上). 最初に, 潮汐固定された惑星の夜半球にトラップされる水の量の上限は非融解上限から得られる氷の成長速度を考えることで得られる.

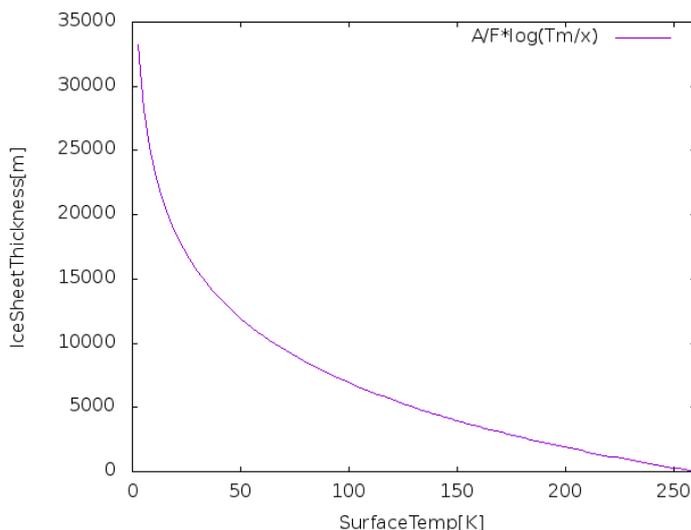


図 2.4 非融解上限 (5) の図. 横軸は惑星の表面温度, 縦軸は氷厚を示している.

### 2.1.3 結果

#### Menou(2013) の計算

水惑星モデルの結果が図 2.5 である. 表面温度場を見ると, 昼半球では液体の水が存在できる温度になっていることが分かる. また, 可降水量の大部分が恒星直下点に限定されている. また, 循環は東向きに降雪が起こる夜半球へと水蒸気を運んでいる. 降雪の大部分が昼半球で起こるが, 夜半球にも弱い降雪が存在している. 正味の降水量が恒星直下点で大きな正の値となっており, 昼半球の広範囲にわたって負の値が存在していることは Merlis&Schneider(2010), 表 1 に記載されているすべてのモデルで共通している. したがって, この特徴は M 型星のハビタブルゾーン内を周回する潮汐固定された惑星にとって一般的なものだと考えられる.

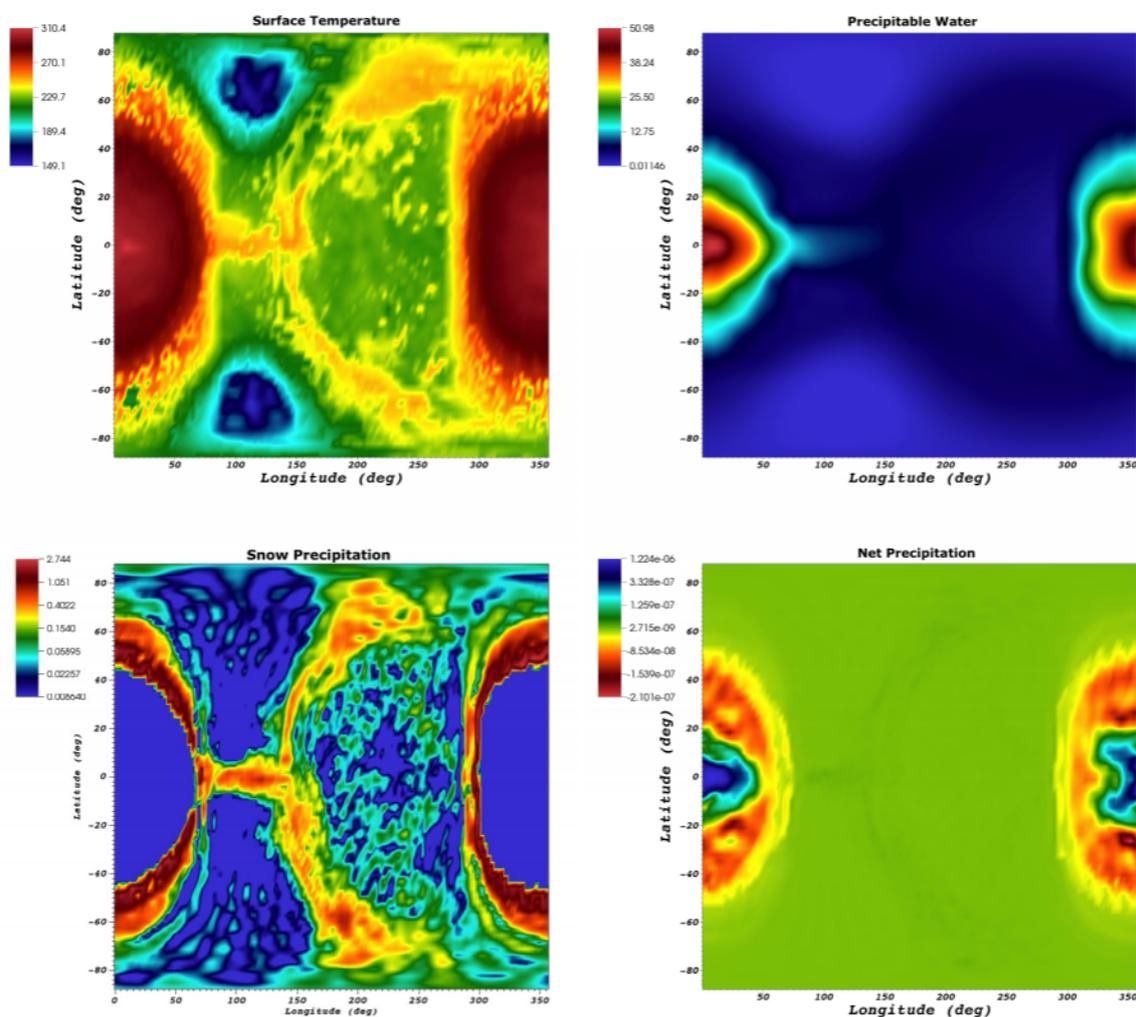


図 2.5 Menou(2013) の Fig.1. 水惑星モデルの結果。表面温度，降水，降雪，可降水量を示している。縦軸は経度で横軸は緯度。

## 氷塊量

GCM 計算によって得られた，降雪量、表面温度を非融解上限 (5) と氷床流動上限 (4) の二つの制限に代入すると，氷床流動上限に比べて非融解上限の方が小さい値をとる。すなわち氷厚上限はより強い制約である非融解上限に従う。非融解上限によって得られた氷厚が図 2.5 である。氷の量，GEL<sup>3)</sup>は 560 m となる。表 1 中の別の気候モデルでも似たよう

<sup>3)</sup> 液体水として全球に広げた場合の水深。

---

な値がみられて、その範囲は 320 – 770 m である。この値の範囲はそれぞれのモデルの夜半球がどの程度寒いかを反映している。夜半球への熱輸送が最も効果的でなかったのは Earth.low モデルである。対照的に図 3 中の実践と点線で示されている、弱い制限によって実現される分配の、相当氷厚は地球サイズの惑星では 1806 – 2400 m である。

地球の表層水の量は相当氷厚に直すと  $\approx 2700$  m である (e.g. Charette & Smith 2010)。強い制限を採用すると、表 1 に示されている気候モデルでは、地球の水量の 1/7 から 1/3 の水が夜半球に固定される。また、モデルの多くでは 1/4 から 1/5 の水が固定される。氷床流動上限に従うと、効果的に氷床下で水流が生じているとき、地球の 65-90% の水が夜半球に固定される。これらの両方のケースにおいて氷として存在する水はとても多く、水に乏しい惑星は表層水のほとんどが夜半球に固定される可能性がある。

しかしながら、Menou は惑星形成モデルに基づいて地球型惑星が保持する水の量の頑健な予測をすることは難しいと考えている。Raymond et al.(2007) のシミュレーションによると M 型星のハビタブルゾーン内を周回する惑星のバルク水の量は地球より二桁少ない。したがって表層水は非常に少なくなる。一方、Ogira& Ida(2009) は惑星の移動がスノーラインを越えて効率的に水を運んできた場合、M 型星のハビタブルゾーンを周回する惑星は豊富に水を持つと主張している。これは原始惑星系円盤の構造や惑星軌道の移行プロセスがどのように起こったかによる。M 型星まわりの惑星では、同期回転に至る前の潮汐加熱で大気を通じた水の脱出が起こる (Barnes et al. 2013)。したがって、惑星が保持する水の量にはいくつかの言説が存在しており、現時点ではその量を予測することは難しい。Menou(2013) では M 型星のハビタブルゾーンを周回する惑星は水に欠乏しているという立場を採用している。

保持している水が少ない M 型星系の地球型惑星ではほとんどの水が氷として夜半球に固定される。そのような水が固定された状況において、昼半球は最終的に干上がるが、水循環が閉じるためには夜半球からの流れを相殺するために昼半球に液体の水が残っている必要がある。昼半球に残る水の量を見積もることは難しく、それは長期間の気候の問題に強く関係している。

---

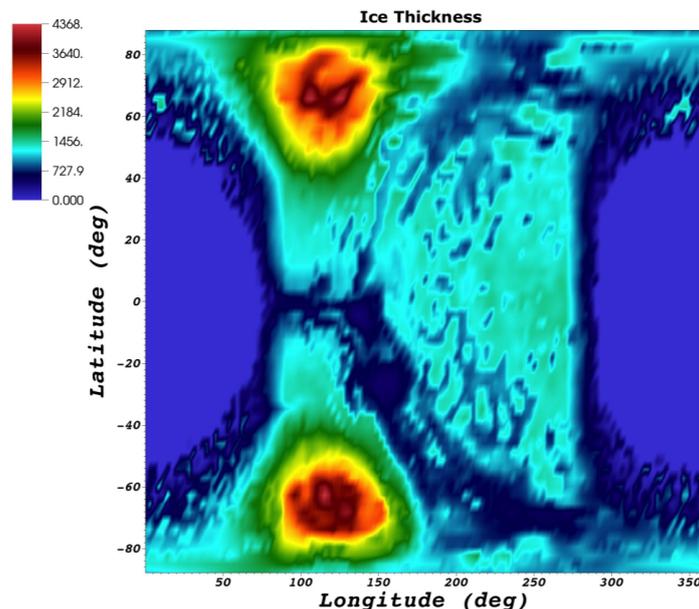


図 2.6 Menou(2013) の Fig.4. 非融解上限によって求められた水惑星モデルの氷厚。単位は m. 地殻熱流量は地球と同様の値。夜半球の大部分が  $\sim 1 - 1.5$  km で最も氷の厚い地域では  $\sim 4.3$  km である。形成された氷床を全球にならすと 560 GEL となる。

## 2.1.4 結論

Menou は計算結果から、地球と同程度の放射、 $1/4$ <sup>4)</sup>以下の水分量だとほとんどの水がトラップされると主張している。また、表層水の量は日射量により大きく変化するが、大気中の二酸化炭素の濃度や岩石の風化、大陸分布など様々なファクターが関係するのでみつもめることは難しいとしている (Edson et al.2011)。

計算においてさまざまな仮定や近似を使用している。例をあげると、今回のモデルでは夜半球の海を通じた熱輸送考慮されていない。この熱輸送は新たな熱源となり、氷厚に影響を与えると考えられる。このことを考慮すると氷厚が非常に大きくなる部分のごくわずかな地域にとどまるだろう。これは陸地や海底の地形が気候に大きな影響を与える一例だろう。

Menou は陸地や海底の地形が与える大きな影響をもう一つあげている。それは、昼半球

<sup>4)</sup> 前節二段落目において説明している。

に残った水の行方である。2節で議論した気候モデルでは、降雪量は海洋からの蒸発と夜半球の大気を通じた水蒸気の輸送に強く依存していた。氷トラップ構造では、昼半球の海が徐々に干上がり、蒸発面積が縮小していくと考えられる。その時、大気を通じた夜半球への水の輸送は海底の地形に影響を受けるだろう。また、このことが夜半球での降水を現象させるとしたら、氷厚は3節で見積もったものよりも小さくなる。

昼半球に残った水の量は大気中の  $\text{CO}_2$  濃度を規定する岩石の風化に依存している。Abe et al.(2011) ではこの風化作用は陸惑星に作用しつづけるが、その能率は地球のものとは異なるとしている。昼半球の海が干上がった惑星では、多くの岩石が大気にさらされるが、海水による風化の機会は大幅に減少する。したがって、全体の風化速度は正確に見積もることが難しい。定量的に考えると、表1中の low  $\text{CO}_2$  と high  $\text{CO}_2$  モデルは  $\sim 150\text{ m}$  程度の氷厚の違いを示している。このことから、風化作用による大気中の  $\text{CO}_2$  濃度の調節は昼半球に残りうる水の量に大きな影響を与えているといえる。

関連する問題として海洋中の巨大な  $\text{CO}_2$  リザーバの存在がある。揮発性物質が少ない惑星の場合、海洋に  $\text{CO}_2$  が固定されていたと仮定すると、海が干上がったとき大気中の  $\text{CO}_2$  濃度は大きく上昇するだろう。またこの  $\text{CO}_2$  の超過はとても長いタイムスケールで起き、水循環と炭素-ケイ素サイクルのバランスによって気候は長時間にわたって大きく変化することはないと考えられる。

### 2.1.5 問題点

Menou(2013) にはいくつかの問題点が存在する。一つ目は非融解上限を考える際に降雪フラックスの効果を無視していることである。融解の速度よりを超える速度で雪が降り積もった場合、たとえ基部が融点に達していても、氷床は成長する。したがって正確の氷厚を求めるためには降雪の効果を入れた場合の上限を考えなければならない。なおこの効果考えた上限である鉛直移流上限を使用しているのが次節で紹介する成田 (2017) である。

二つ目は地形の効果を考慮できていない点である。大陸の高度分布が変化すれば大気循環にも影響がある。大気の循環が変化すると熱や水の輸送が影響を受け、温度分布、降水分布が変化するだろう。その結果、夜半球に形成される氷床の量も変化すると考えられる。この点に関しては次々節で紹介する新井 (2019) で考慮している。

三つ目は氷床内の温度分布を決定する際に対流の効果を考えていない点である。長いタイ

---

ムスケールで見ると固体も対流するので、伝導の効果だけでは正確な温度分布を記述することはできない。したがって、対流の効果を考慮することによって氷床内の温度分布が変化し、底面融解の条件に影響を与えるだろう。もちろん氷床形成のタイムスケールと氷の粘性対流のタイムスケールの割合を吟味することが必要である。

四つ目は今回使用したモデルでは、ステップごとに水深が 50 m となるように水が補給されている点である。すなわち、水が無限に供給されることと同義である。水が無限に存在することは物理的にありえないので、有限の量を与えた場合のほうが現実的な計算結果が得られるだろう。なお、この点は次節の成田 (2017) でも考慮されている。

---

## 2.2 成田 (2017)

2.1.5 節で Menou(2013) では非融解上限で降雪による氷の鉛直移流の効果が考慮されていないという問題点を指摘した。2.2 節では、鉛直移流上限という新たな上限を考えることでこの問題点を改善した成田 (2017) をレビューする。

### 2.2.1 目的

Menou(2013) では非融解上限と氷床流動上限の二つを考え、非融解上限がより氷床の量を制限するとした。さらに、(前の節)でも指摘したとおり、非融解上限では降雪、鉛直方向の移流を考慮に入れていない。Menou の計算によると夜半球平均した降雪は  $1\text{-}35\text{ mm yr}^{-1}$  である。大気循環による夜半球への水の輸送を考えると、液体の水が惑星表面に少量でも存在する場合、夜半球で降雪が起こるはずである。この降雪のように、氷床上端に追加される氷が存在するときは非融解上限では氷床の大きさを制限できない。それは、降雪が起こっている条件の下で氷厚が一定に保たれるには降雪と底面での氷の融解の速度が等しくなっている必要があるからである。氷床基部での融解には地殻からの熱フラックスが使用される。したがって、氷内部に伝わる熱フラックスは融解していない場合に比べて小さくなる。その一方で表面温度、基部の温度、氷床内の鉛直温度勾配は一定であるため氷の厚さはより大きいものとなる。また、基部での融解と表面での降雪が同じ速度で起こっている場合、氷は鉛直下向きに移流する。このように、降雪の効果を考えた場合の氷厚の上限値は表面温度だけでなく降雪にも依存し、氷の鉛直移流を考慮しなければならない。この論文ではこの氷厚の上限を鉛直移流上限と呼んでいる。また、Menou(2013) で用いている非融解上限は鉛直移流上限の降雪、着霜を 0 とした極限に等しい。

降雪の効果を考慮した鉛直移流上限を提示しているが、例外として、地殻熱流量を使用した基部での融解を超える速度での降雪が起こった場合この上限は使えない。この場合の上限として成田は上空乾燥上限という上限を考えている。上空乾燥上限は大気中の水蒸気が存在する限界高度である。この高度を超えると水蒸気が存在しなくなるため、降雪も着霜も起こりえない。

また、氷床の成長に関係するファクターとして惑星の水の保持量がある。Menou(2013) で

---

は 50 m の海が存在する場合しか考えていなかった。成田 (2017) では惑星の水の保持量を考えた氷床の上限量を求めている。すなわち、氷の上限量を惑星の水の総量の関数として見積もっている。

## 2.2.2 手法と設定

今回の計算においては DCPAM を使用しており、基礎方程式や各パラメータの扱いに関しては付録を参照されたい。

### 計算設定

成田 (2017) では氷床の上限量の惑星が持つ水の量に対する依存性を知るために、3 つの条件で実験を行っている。3 つの条件を簡単に説明すると、惑星表面に水が無限に存在する水飽和実験、初期値として昼半球に 20 cm の海に相当する土壌水分を与えてバケツモデルを適用した昼面部分乾燥実験、昼半球に液体の水が一切存在しない昼面完全乾燥実験の 3 つである。

#### 昼面水飽和実験

水飽和実験では、地表面が沼条件、熱容量 0 で地表から大気に無限に水を供給できる。また、流水の効果を考慮してステップごとに液体水の分布が平滑化される設定になっている。

#### 昼面部分乾燥実験

昼面部分乾燥実験ではバケツモデルを採用しているが、蒸発と降水の具合によってはバケツの容量を超えてしまいますグリッドが現れる。その場合あふれた分の水は消失してしまうため、惑星全体で見たときの総水量は保存されないことになってしまう。これを防ぐために、水があふれないほどの大容量のバケツモデルを考えている。また、この条件では水の収支が蒸発と降水のみで決定されており、各グリッド間での流水の効果は考慮されていない。

#### 昼面完全乾燥実験

昼面完全乾燥実験では、昼半球に液体の水を一切与えていない。この条件は夜半球に液体の水がすべてトラップされた状況を再現している。

---

これら 3 つの条件に共通する設定を以下の表にまとめている。

表 2.2 成田 (2017) の計算設定

惑星半径	63711m(地球半径)
自転傾斜角	0
恒星放射フラックス	1366W/m
自転周期	10 日
地表面アルベド	0.15(積雪のある地域では 0.75)
地表面気圧	1bar
恒星直下点	緯度 0 度, 経度 90 度

時間ステップ 4 分で 3 年間の計算を行っており, 結果の考察に際しては 3 年目のデータを時間平均したものを用いている。

### 鉛直移流上限

移流の効果を考慮した熱伝導方程式は

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)T = \frac{1}{c\rho} \nabla \cdot (\kappa \nabla T) \quad (2.6)$$

となる。ここで,  $T$  は温度,  $t$  は時間,  $\mathbf{v}$  は移流速度,  $c$  は比熱,  $\rho$  は密度,  $\kappa$  は熱伝導率である。平衡状態で, 鉛直移流が起こっている氷床を考えて鉛直一次元で温度の時間変化がないことを考慮すると,

$$v \frac{dT}{dz} = \frac{1}{c\rho} \frac{d\kappa}{dz} \frac{dT}{dz} \quad (2.7)$$

と書ける。ここで  $v$  は氷の移流速度である。  $z$  座標は氷床下端を 0, 鉛直上向きを正にとっている。氷の熱伝導率は温度依存性を持っており 10K 以上では  $\kappa = A/T$  と近似できる (Petrenko and Whitworth 2002) ことから,

$$\alpha v \frac{dT}{dz} = \frac{d}{dz} \frac{1}{T} \frac{dT}{dz} \quad (2.8)$$

と書ける。  $A = 651 \text{ W m}^{-1}$ ,  $\alpha = c\rho/A$  である。さらに両辺を  $z$  で積分すると,

$$\alpha v T = \frac{1}{T} \frac{dT}{dz} + C_1 \quad (2.9)$$

となる。  $C_1$  は積分定数で、氷床下端  $z = 0$  で融点  $T = T_{melt}$  となる条件と、地殻熱流量  $F_{geo}$  から氷の融解に使われる熱フラックス  $F_{melt}$  を引いた分が氷床の温度分布を決定する  $(A/T)(dT/dz) = -(F_{geo} - F_{melt})$  という条件の二つの境界条件を用いると、積分定数  $C_1$  は

$$C_1 = \alpha T_{melt} v + \frac{F_{geo} - F_{melt}}{A} \quad (2.10)$$

となる。氷床上端と下端で氷の付加と融解が同じ速度で起こるとすると、 $F_{melt}$  は氷の密度  $\rho$ 、氷の融解潜熱  $l$ 、氷の移流速度  $v$  を用いると  $F_{melt} = \rho l v$  と表すことができる。移流がある場合  $v > 0$  で底面融解に使われる熱は地殻熱流量よりも小さいので  $F_{geo} = \rho l v_{max}$  とすると  $v < v_{max}$  である。したがって  $0 < v < v_{max}$  であり、 $v \neq 0$  なので部分分数分解を施すと

$$\frac{1}{C_1} \left( \frac{1}{T - \frac{C_1}{\alpha v}} - \frac{1}{T} \right) dt = dz \quad (2.11)$$

となる。  $\frac{1}{T - \frac{C_1}{\alpha v}}$  の正負を判定すると、

$$T - \frac{C_1}{\alpha v} = T - \left( T_{melt} + \frac{F_{geo} F_{melt}}{A \alpha v} \right) > T - \left( T_{melt} + \frac{F_{geo} - F_{geo}}{A \alpha v} \right) = T - T_{melt} \geq 0 \quad (2.12)$$

であるので、式 (2.6) を積分すると

$$\frac{1}{C_1} \ln \frac{T - \frac{C_1}{\alpha v}}{T} = z + C_2 \quad (2.13)$$

となる。  $C_2$  は積分定数であり、氷床下端  $z = 0$  で  $T = T_{melt}$  であるという境界条件を用いると

$$C_2 = \frac{1}{C_1} \ln \frac{T_{melt} - \frac{C_1}{\alpha v}}{T_{melt}} \quad (2.14)$$

と定まる。また、氷床上端  $z = h$  で表面温度  $T = T_s$  をとるという境界条件を (2.8) に代入すると

$$\frac{1}{C_1} \ln \frac{T_s - \frac{C_1}{\alpha v}}{T_s} = h + C_2 \quad (2.15)$$

となる。これを  $h$  の式になおすと、

$$h(T_s, v) = \frac{1}{C_1} \ln \frac{T_{melt} \left( T_s - \frac{C_1}{\alpha v} \right)}{T_s \left( T_{melt} - \frac{C_1}{\alpha v} \right)} \quad (2.16)$$

$$C_v(v) = \alpha T_{melt} v + \frac{1}{A} (F_{geo} - \rho l v) \quad (2.17)$$

$$\alpha = \frac{c\rho}{A} \quad (2.18)$$

$$0 < v < v_{max} = \frac{F_{geo}}{l\rho} \simeq 9.27 \text{ mm yr}^{-1} \quad (2.19)$$

### 上空乾燥上限

大気中に存在する水蒸気の限界高度を等温大気のスケールハイトを用いて近似的に求めている。大気大循環モデルを用いて計算された鉛直方向の比湿分布と温度分布を夜半球平均する。平均した比湿分布はある高度以上では0となる。その高度を $\sigma_l$ とすると、その高度での気圧は地表面気圧の $\sigma_l$ 倍である。等温大気のスケールハイト $H_0$ 、 $\sigma_l \sim 1/e^n$ となる実数 $n$ 、 $1 < \sigma < \sigma_l$ での平均温度 $\bar{T}$ を用いると上空乾燥上限は

$$h = nH_0 = n \frac{k_B \bar{T}}{\mu m_u g} \quad (2.20)$$

となる。ここで、 $k_B$ はボルツマン定数、 $\mu$ は平均分子量、 $m_u$ は統一原子量単位、 $g$ は重力加速度である。

## 2.2.3 結果

### 地表面温度と地表水収支

成田 (2017) では、前述の通り、地表に与える初期の水の量を変えた3つの実験を行っており、各実験の表面温度、水収支を図 2.7 から図 2.15 に示している。

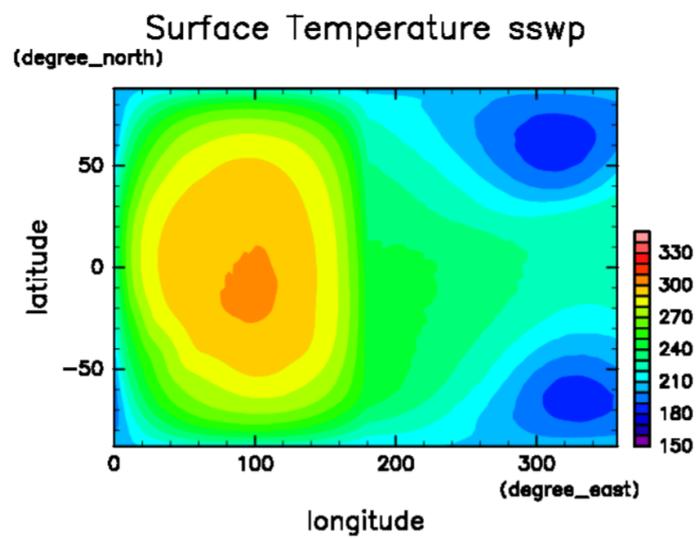


図 2.7 成田 (2017) の図 3.1. 昼面水飽和実験の地表面温度分布を示している。横軸が経度，縦軸が緯度である。

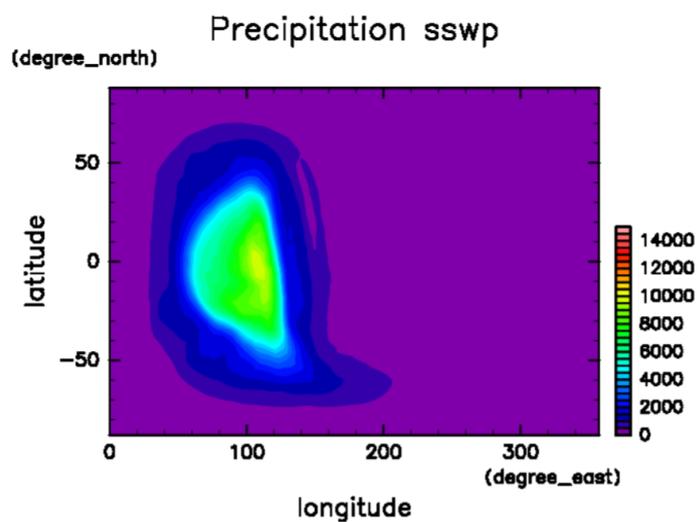


図 2.8 成田 (2017) の図 3.2. 昼面水飽和実験の降水量を示している。横軸が経度，縦軸が緯度である。

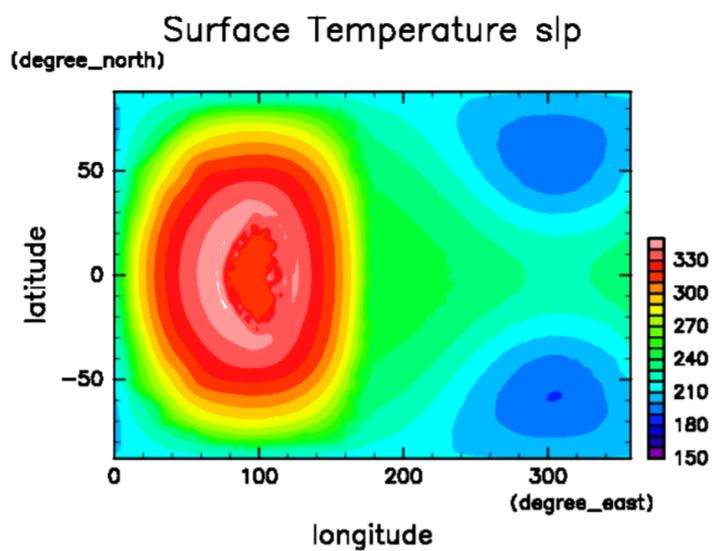


図 2.9 成田 (2017) の図 3.3. 昼面部分乾燥実験の地表面温度分布を示している。横軸が経度，縦軸が緯度である。

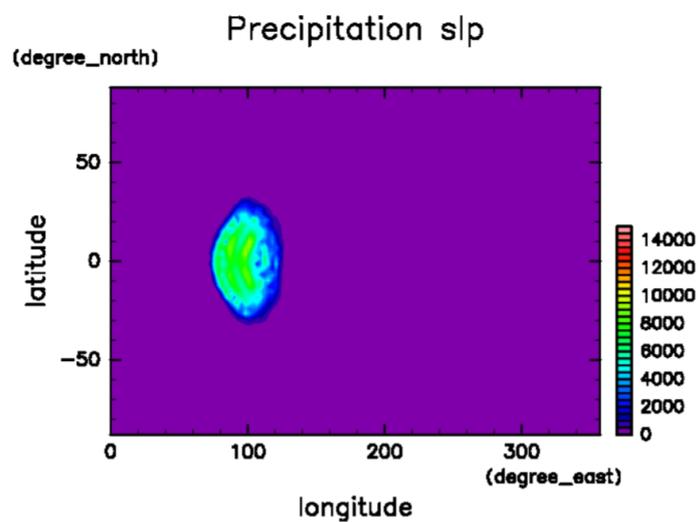


図 2.10 成田 (2017) の図 3.4. 昼面部分乾燥実験の降水量を示している。横軸が経度，縦軸が緯度である。

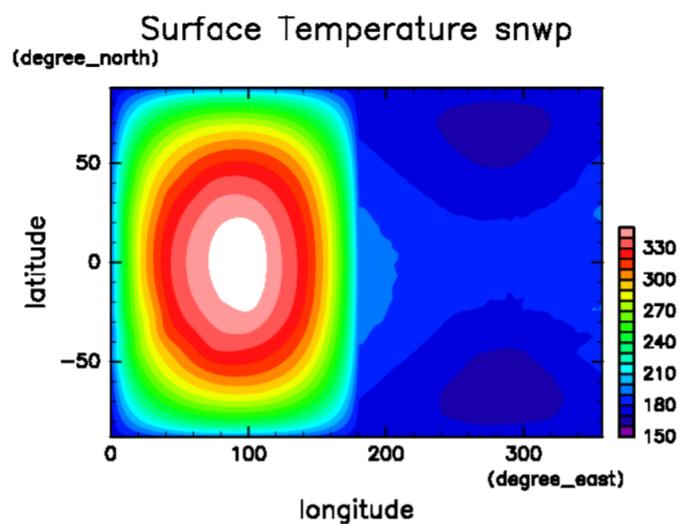


図 2.11 成田 (2017) の図 3.5. 昼面完全乾燥実験の地表面温度分布を示している. 横軸が経度, 縦軸が緯度である.

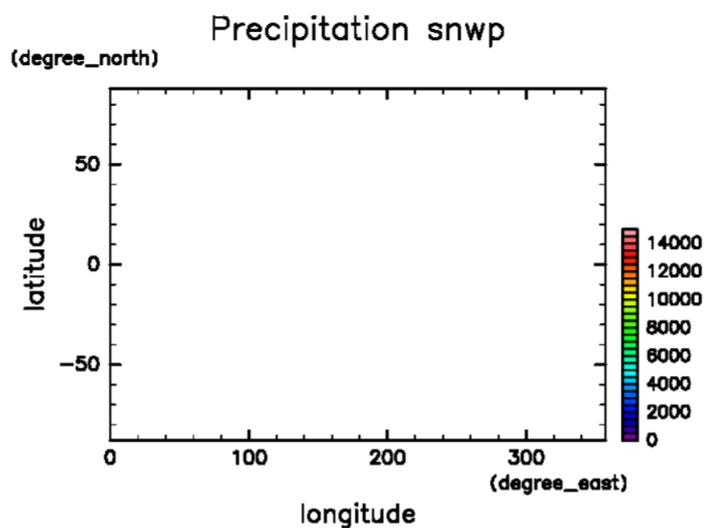


図 2.12 成田 (2017) の図 3.6. 昼面完全乾燥実験の降水量を示している. 横軸が経度, 縦軸が緯度である.

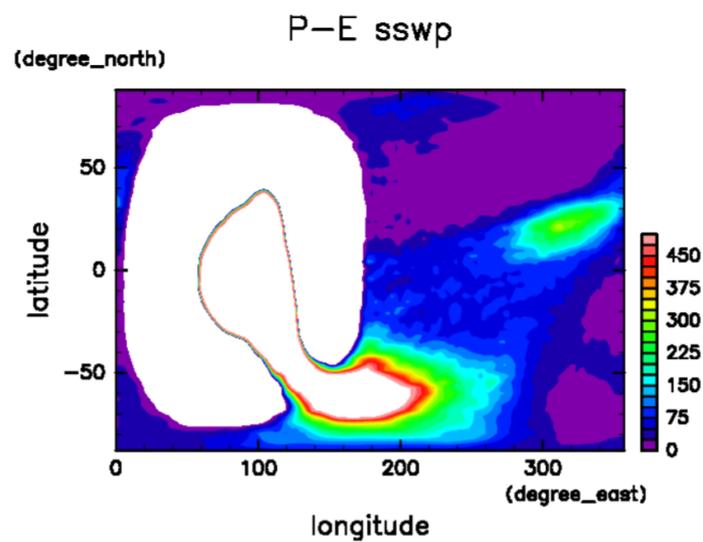


図 2.13 成田 (2017) の図 3.7. 昼面水飽和実験の P-E 分布を示している。横軸が経度、縦軸が緯度である。

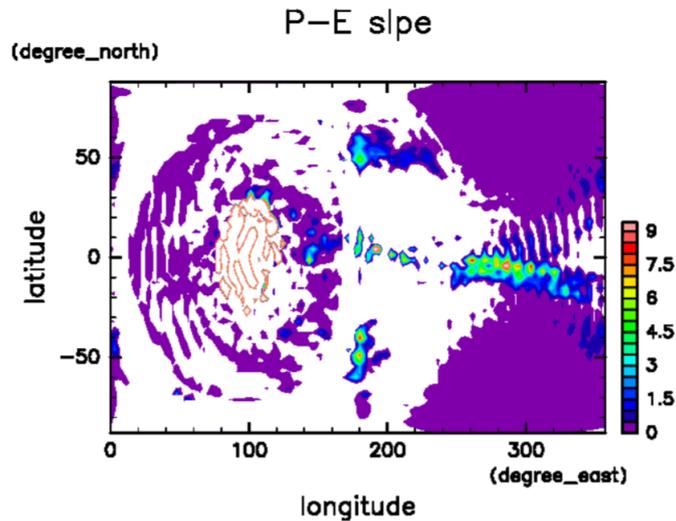


図 2.14 成田 (2017) の図 3.8. 昼面部分乾燥実験の P-E 分布を示している。横軸が経度、縦軸が緯度である。

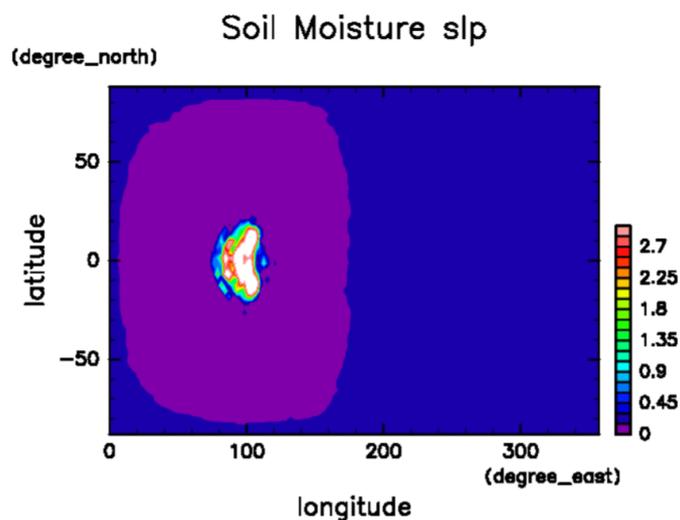


図 2.15 成田 (2017) の図 3.9. 昼面部分乾燥実験の土壌水分量分布を示している。横軸が経度，縦軸が緯度である。

### 水蒸気と温度の鉛直分布

昼面水飽和実験と昼面部分乾燥実験の比湿と温度をそれぞれ図示している。これらの図から、 $n$  と  $\bar{T}$  が読み取れるため上空乾燥上限を見積もることができる。昼面水飽和実験では水蒸気の限界高度  $\sigma \simeq 0.15$  より  $n = 2$  であり  $1 < \sigma < 0.15$  での平均温度  $\bar{T} = 250$  K である。一方、昼面部分乾燥実験では  $\sigma \simeq 0.05$  で  $n = 3$  で、 $1 < \sigma < 0.05$  での平均温度  $\bar{T} = 255$  K である。ここで得られた  $n$  と  $\bar{T}$  を (2.18) に代入することでそれぞれの条件における上空乾燥上限を求められる。

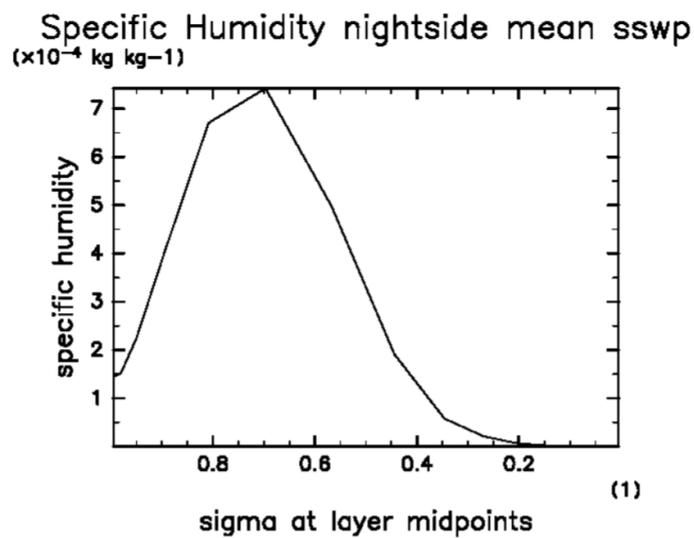


図 2.16 成田 (2017) の図 3.10. 昼面水飽和実験の夜半球平均した比湿の鉛直分布を示している. 横軸が高度, 縦軸が比湿である.

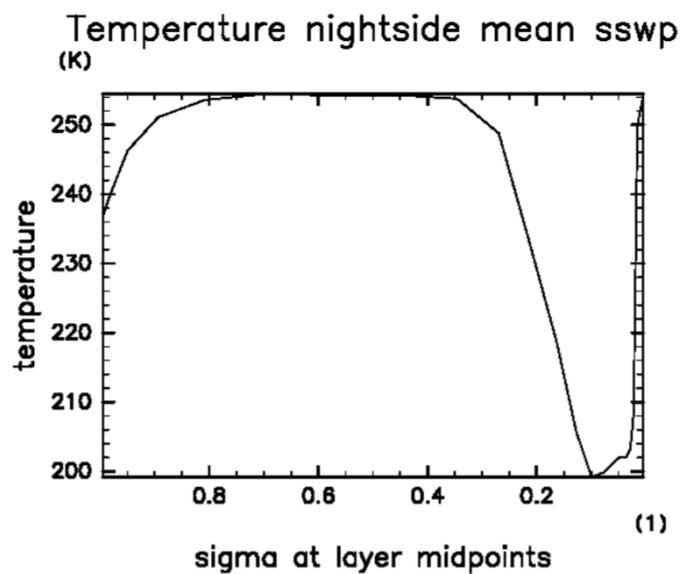


図 2.17 成田 (2017) の図 3.11. 昼面水飽和実験の夜半球平均した温度の鉛直分布を示している. 横軸が高度, 縦軸が温度である.

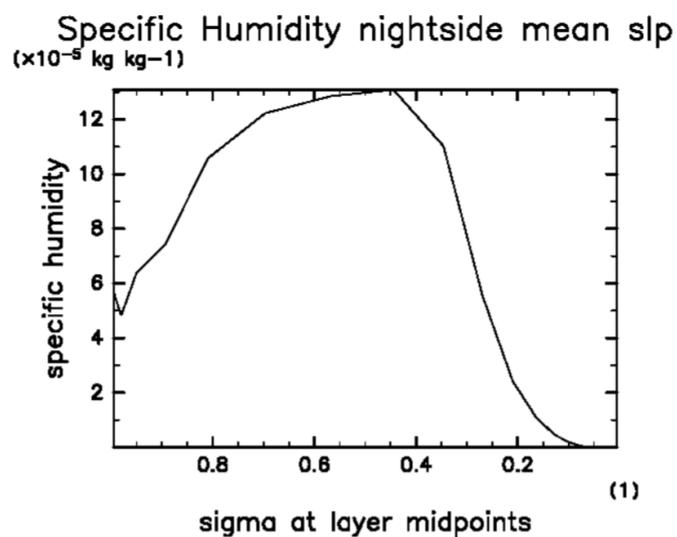


図 2.18 成田 (2017) の図 3.12. 昼面部分乾燥実験の夜半球平均した比湿の鉛直分布を示している。横軸が高度，縦軸が比湿である。

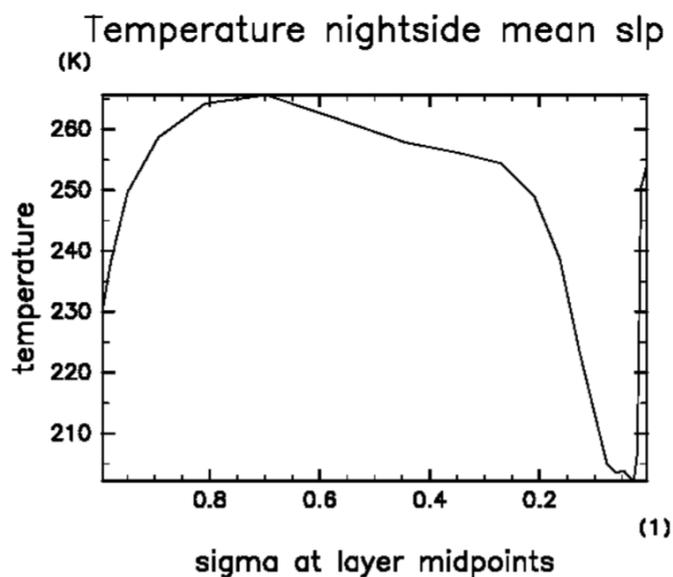


図 2.19 成田 (2017) の図 3.13. 昼面部分乾燥実験の夜半球平均した温度の鉛直分布を示している。横軸が高度，縦軸が温度である。

## 氷塊量

ここまで求めた表面温度，降水，蒸発，鉛直比湿分布，鉛直温度分布を鉛直移流上限 ((2.16) 式) と上空乾燥上限 ((2.20) 式) に代入している．ここで求めた上限値を氷床の厚さとして図示している．成田 (2017) では詳しくのべられていないが，ここで求められた氷の厚さの分布はあくまでも氷の厚さの上限の分布であり，効率よく氷床の成長が起こった場合を仮定していると考えられる．

図 2.19 より，惑星に水が豊富に存在する場合には氷床上端が平坦な地形，すなわち上空乾燥上限によって氷厚が制限されていることが分かる．図 2.20 では，氷床上端が上空乾燥上限に達していないため氷厚は鉛直移流上限によって制約され起伏に富んだ地形になっていることが分かる．成田によると，氷点下地域の P-E の差が起伏に富んだ地形を持つとしている．図 2.21 からは部分乾燥実験に比べて起伏がなだらかになっていることが読み取れる．成田はなだらかな地形の要因を，降雪，着霜が存在せず表面温度場のみによって氷厚が決定されることだと考えている．

図 2.20 では氷床の端が切り立っているが，現実にこのような極端な崖が存在すると水平方向の移流が生じてスノーライン付近の氷が昼半球側に流動し，結果的に氷床量は小さくなると成田は考えている．

大気大循環モデルを用いて求めた氷厚の上限量を以下に記載している．水分量の違う 3 つの条件を比較することにより，夜半球に形成される氷床量に水分量の影響が及ぶことが分かった．なお，昼面完全乾燥実験においては降雪が存在しないため鉛直移流上限ではなく非融解上限で氷厚を制限している．

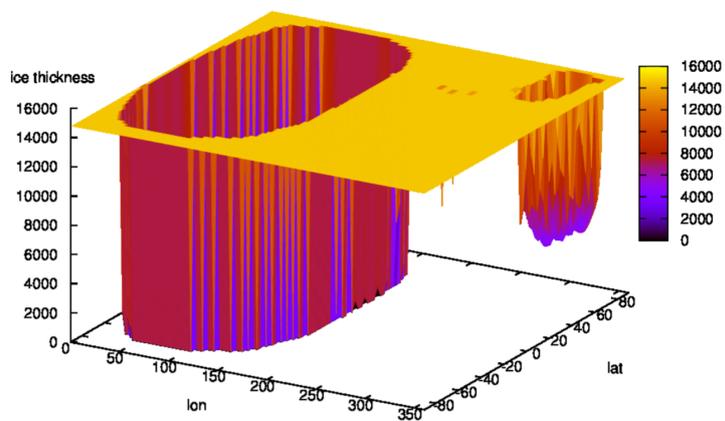


図 2.20 成田 (2017) の図 3.14. 昼面水飽和実験の氷厚分布. 水平横軸が経度, 水平縦軸が緯度, 鉛直軸が氷厚である.

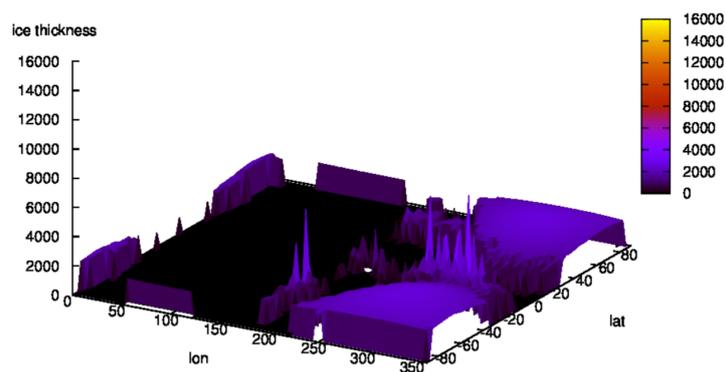


図 2.21 成田 (2017) の図 3.15. 昼面部分乾燥実験の氷厚分布. 水平横軸が経度, 水平縦軸が緯度, 鉛直軸が氷厚である.

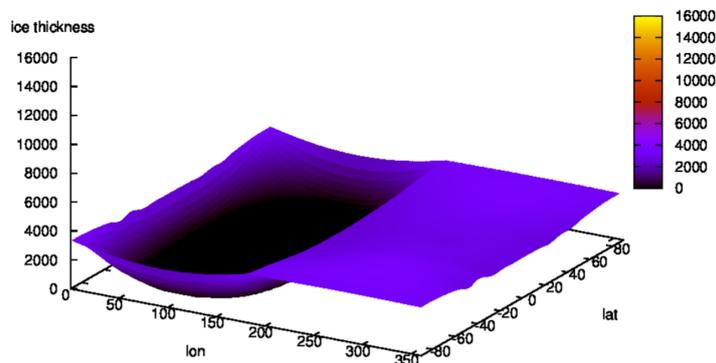


図 2.22 成田 (2017) の図 3.16. 昼面完全乾燥実験の氷厚分布. 水平横軸が経度, 水平縦軸が緯度, 鉛直軸が氷厚である.

## 水と氷の分配

図 2.20, 図 2.21, 図 2.22 から水分量が氷厚に影響を与えることが明らかになったため, 惑星の総水量と氷厚の関係を考える. 氷厚を惑星の総水分量の関数として表現するために, 横軸が総水量で縦軸が氷の量となる座標系を導入している. 単位は GEL である. なお, 成田 (2017) ではこの座標系を液体の水-氷座標と呼称している.

液体の水-氷座標系に先ほど求めた氷の上限量をプロットしたものを以下に示す. 実験結果から値を定めることが出来ないポイントについてはおおまかに曲線を引いている. ここは論文中でも述べられている通り類推<sup>5)</sup>によって曲線を引いている部分があるので, その部分の計算を増やすことでより曲線の精度が信頼できるものになるだろう.

図中の青線は惑星の総水量がおよそ 1000GEL の場合のラインである. 惑星の総水量が保存されることを考慮して, 保持している水量が 1000GEL の場合を仮定すると, 青線と赤い曲線の交点が液体水と氷のとりうる分配量であることが分かる. なお, この場合は取り得る分配量が 3 つある.

液体水と氷がどのように分配されるのかという割合を総水量の関数として図 2.24 に示している. 青く塗られた部分が液体水で赤く塗られた部分が氷である. 昼面部分乾燥実験と昼面完全乾燥実験の結果から, 図 2.23 を参照すると, 惑星の総水量が 1670GEL までの環

<sup>5)</sup> 成田 (2017) ではどのような意図で曲線を決めたのかについて詳しく述べられていなかった.

境では液体水-氷の分配が一意に定まらないことが分かる．そのため，1670GEL までの範囲では拡大図を示している．図中には総水量 2700 m の線がプロットしてある．これは地球の総水量と同じものである．図では総水量 2700 m の惑星では大多数の水が夜半球にトラップされて昼半球に残る水はごく少量となっている．それに対して地球は液体水に富む表層環境を持っている．このことから，たとえ恒星から受ける放射エネルギーと惑星の総水量が等しかったとしても同期回転惑星では液体の水を表層に保持することは難しく，非同期回転惑星とは異なった表層環境をとることが考えられる．

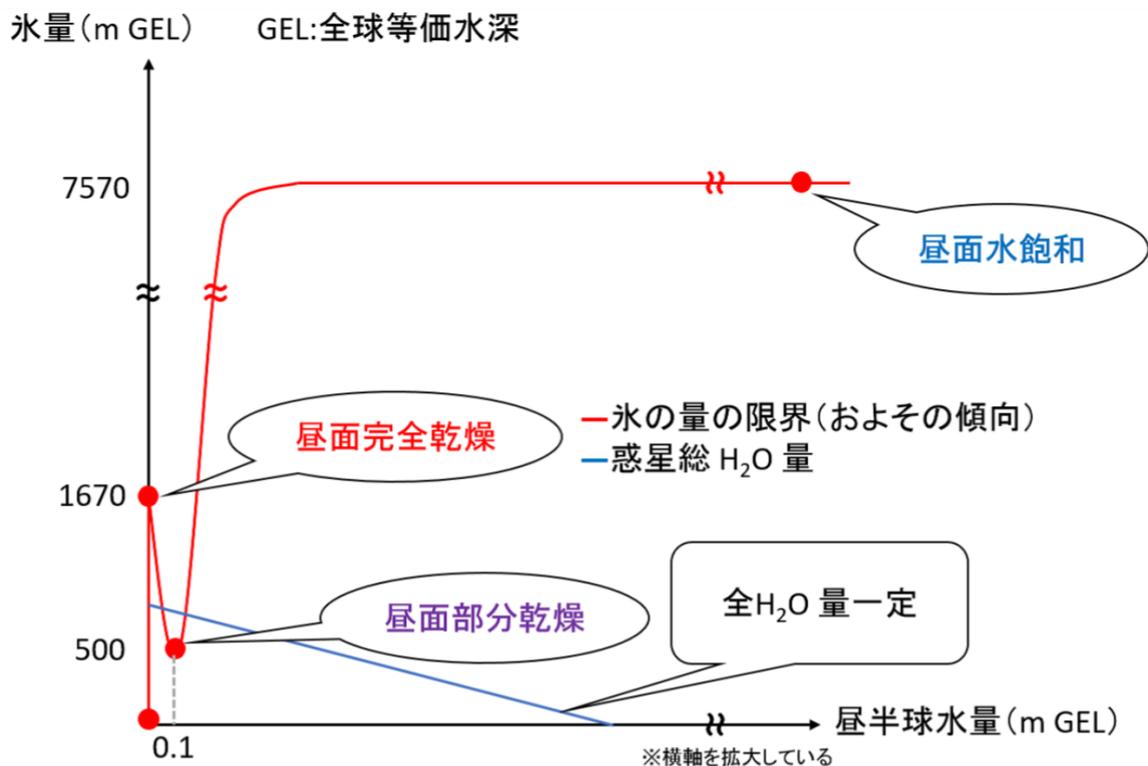


図 2.23 成田 (2017) の図 3.17. 液体の水-氷座標. 赤丸は左から昼面完全乾燥実験, 昼面部分乾燥実験, 昼面水飽和実験で得られた氷塊上限量を示している. 青い直線は惑星表層の総水量一定の線を表す. 赤線と青線の交点がとりうる液体水と氷の分配量を表す.

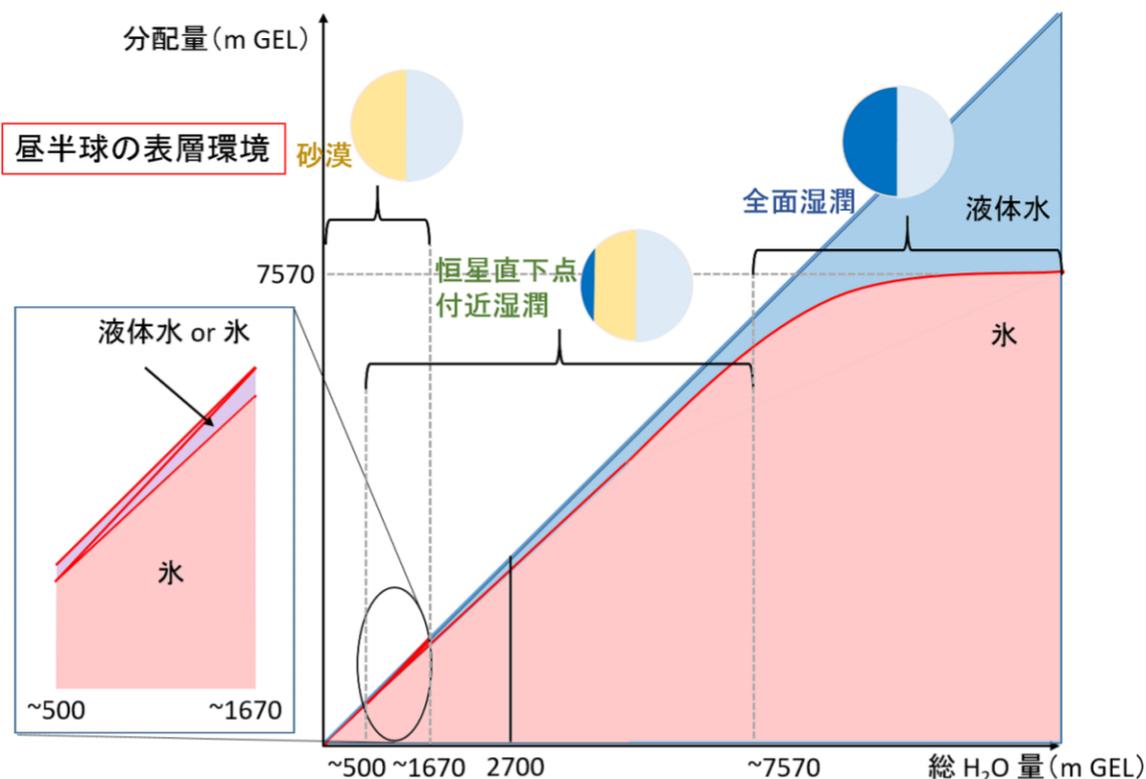


図 2.24 成田 (2017) の図 3.18. 総帥量の関数として表した液体水と氷の分配. 横軸が総水量, 縦軸が液体水と氷の分配を示す. 単位は GEL(m) である. 赤で塗りつぶされた部分は液体水の割合, 青で塗りつぶされた部分は氷の割合を示している.

## 2.2.4 結論

成田 (2017) では Menou(2013) で考慮されていなかった氷の鉛直移流, 惑星の総水量への依存性を考えて夜半球にできる氷床量を推算した, 水の量に対する依存性を調べるため, 昼面水飽和実験, 昼面部分乾燥実験, 昼面完全乾燥実験の 3 つの条件で実験を行っている. 求めた氷塊量から, 液体の水と氷の分配, 総水量に関する図をプロットして考察している.

実験の結果より形成される氷塊の量は総水量の関数として求まった. また, 取り得る範囲は 0 – 7500 GEL である. この結果は Menou(2013) で得られた 320 – 770 GEL に比べて大きな幅を持っている. 成田によると, 液体水量が多い場合は降雪, 着霜が多くなり底面融解の潜熱消費が大きくなり, 鉛直移流と乾燥限界が氷塊量の推定に大きな影響を与える

---

ため Menou(2013)とは異なった値をとったと考えられる。

液体水と氷の分配と惑星の総水量との関係の考察からは、惑星の表層環境は、総水量によって、昼半球が完全に乾燥した状態、恒星直下点付近が湿潤な状態、昼半球全体が湿潤な状態の3つの状態をとりうるということが分かった。また、2700 GELの総水量を持っている惑星でも恒星直下点のみが湿潤な状態を取り得ることが分かったため、たとえ地球と同様の性質を持った惑星であっても、同期回転していた場合は液体水の存在量やその分布が地球とは異なることが予想される。

## 2.2.5 問題点

本文中でも触れられているが、成田(2017)では昼面部分乾燥実験を行うさいに、各グリッドの水収支を蒸発と降水のみで行っている。そのため、隣接するグリッドで水量が著しく異なるといった現象が起こりかねない。より現実の物理に近づけるためには、ステップごとにグリッド間の水量をならすことで流水の効果を反映させることが必要だと考えられる。

液体水と氷の分配を惑星の総水量の関数として表しているが、行った条件は3つであるため、各条件間ではどのような値をとるのが得られていない。総水量を刻むようにとって実験を多数行うと、より制度の良い曲線が描けると思われる。

2.1.5 節であげた問題点について、非融解上限を考える際に凍りの鉛直移流を考えていないという問題点と形成される氷床の量と総水量の関係が示されていないという問題点は改善されたが、地形の高度分布の効果が入っていないという問題点は依然として考慮されていない。

---

## 2.3 新井 (2019)

新井 (2019) では、2.1,5 節で二つ目にあげた問題点である、地形の高度分布が氷床形成に与える影響について考慮して実験を行っている。

### 2.3.1 目的

Menou(2013) では M 型星の HZ を周回する同期回転惑星において、夜半球に形成される氷塊の量を求めることで惑星表層に液体の水が残るかどうかを考察している。また、成田 (2017) では氷床上端に氷が追加されることを考慮して氷厚の上限を定めている。さらに、惑星の総水量を変えた 3 つの条件で実験を行うことで総水量への依存性を考慮して形成される氷塊量を求めている。

しかし、成田 (2017) では GCM 計算を地形の高度分布の効果を考慮せずに行っている。新井 (2019) では M 型星 HZ を周回する同意回転惑星における氷床の量と分布を、惑星の総水量、氷の鉛直移流の効果、氷床の地形の高度分布の効果を考慮して見積もることを目的としている。

### 2.3.2 手法と設定

GCM 計算については成田 (2017) と同様に地球流体電脳倶楽部が作成した `dcpam` を使用している。

#### 氷層厚の決定

成田 (2017) の鉛直移流上限によって氷厚を制限している。なお??節で説明しているためここでの解説は割愛する。また、成田 (2017) とは異なり、上空乾燥上限は考えていない。

---

## 惑星の設定

成田 (2017) と同じ設定を使用している。

## 地形の変化の反映

今回計算に使用している DCPAM では地形の時間変化を追うことができない。そのため、段階を分けて計算を行うことで地形の効果を反映した。まずは氷床地形のない状態で 500 日計算し、最後の 500 日を平均した結果から仮の氷床分布を求めた。この氷床分布を地形の標高データとして与えて 1500 日の計算を行う。得られたデータの最後の 500 日を平均して 2 ループ目の氷床分布を求める。ここで得られた分布を初期条件として 3 ループ目の計算を行う。この手順を繰り返し替えることで地形の効果を考慮して氷床分布を得ることが期待される。

### 2.3.3 結果

GCM 計算によって得られた結果を以下に図示する。

---

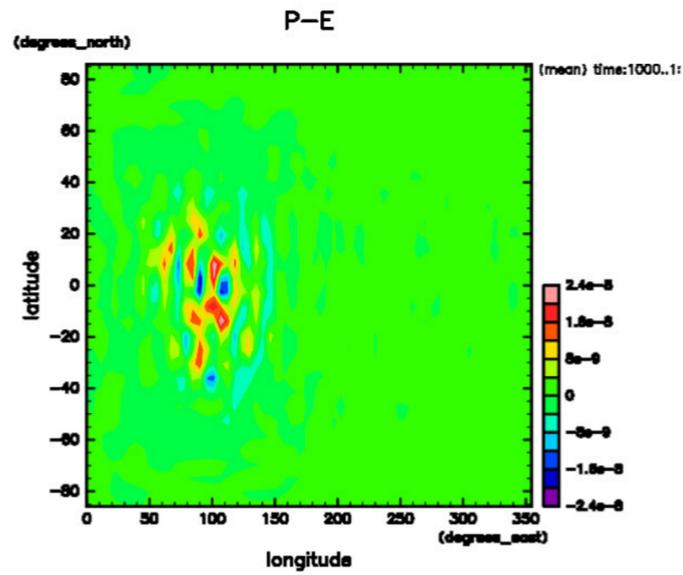


図 2.25 新井 (2019) の図. 昼面水飽和実験の 3 ループ目の P-E を年平均したもの示している.

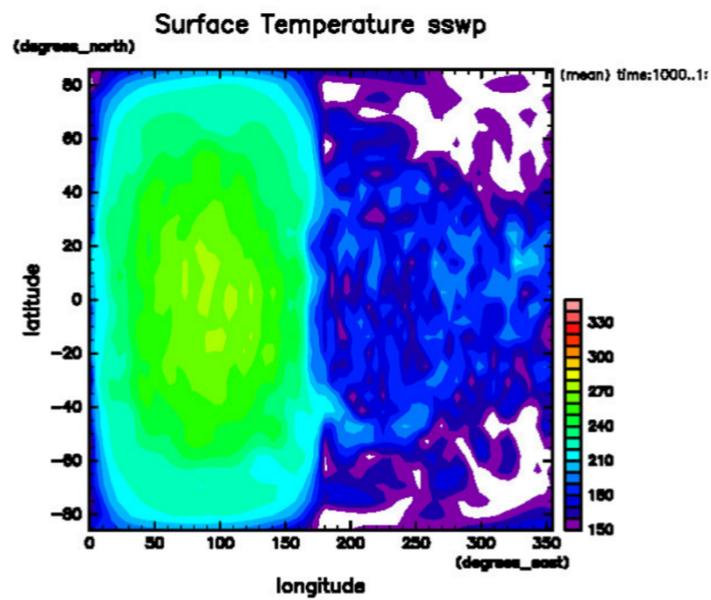


図 2.26 新井 (2019) の図. 昼面水飽和実験の 3 ループ目の表面温度を年平均したものを示している.

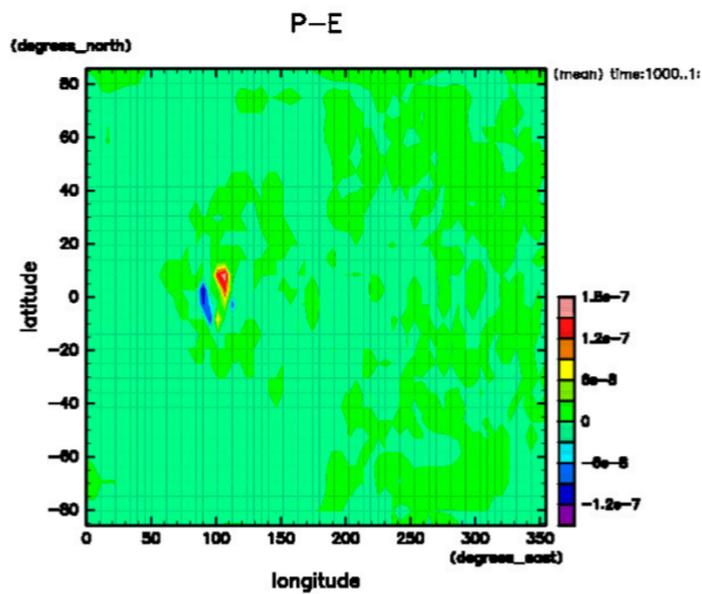


図 2.27 新井 (2019) の図. 昼面部分乾燥実験の 5 ループ目の P-E を年平均したものを示している.

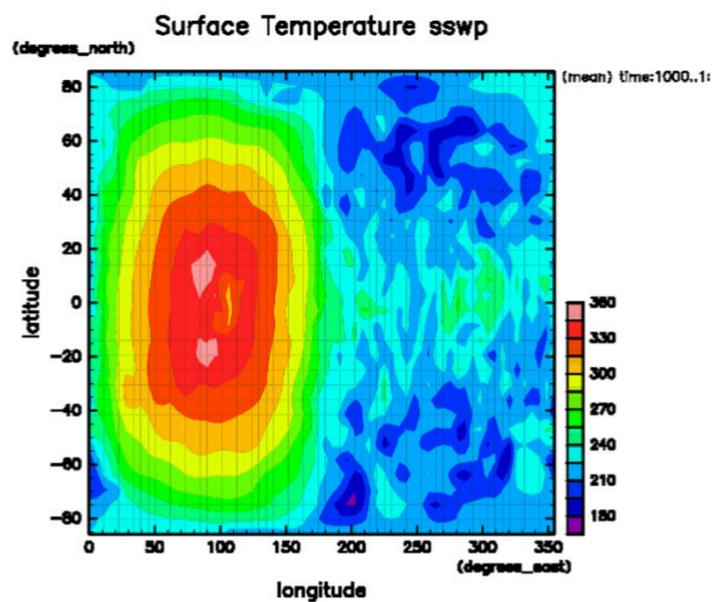


図 2.28 新井 (2019) の図. 昼面部分乾燥実験の 5 ループ目の表面温度を年平均したものを示している.

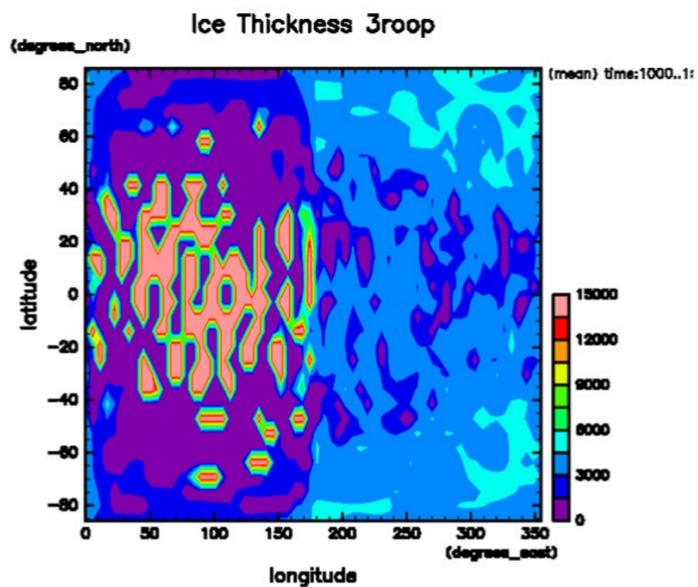


図 2.29 新井 (2019) の図. 昼面水飽和実験の 3 ループ目の氷厚を示している.

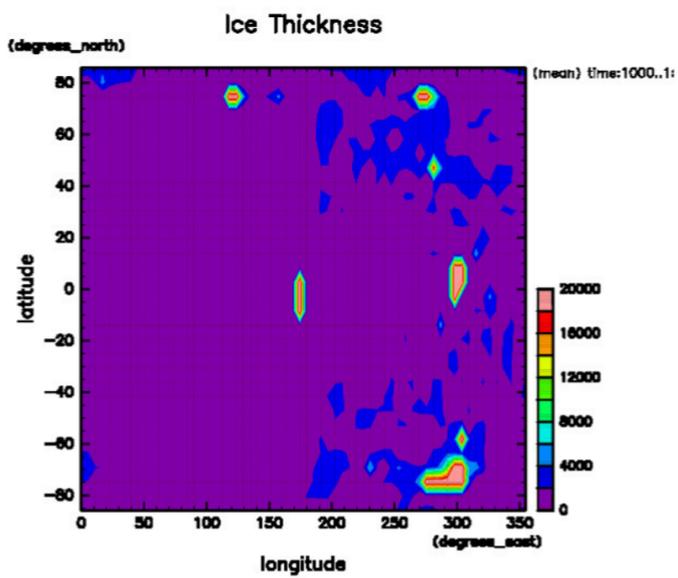


図 2.30 新井 (2019) の図. 昼面水飽和実験の 5 ループ目の氷厚を示している.

### 2.3.4 結論

#### 昼面水飽和実験

3 ループの実験を行っている。それぞれ氷厚の上限値を 5000 m, 10000 m, 15000 m としている。夜半球の氷床成長に伴い P-E が減少している。また、夜半球だけでなく昼半球の温度も低下しており、3 ループ目では昼半球に氷床が形成されている。これは氷床の成長によって温度が下がった夜半球からの冷氣によって昼半球の温度が低下したためだと新井は考えている。

#### 昼面部分乾燥実験

5 ループの実験を行っている。それぞれ氷厚の上限値を 5000 m, 10000 m, 15000 m, 15000 m, 20000 m, としている。昼面水飽和実験と同様に氷床成長に伴って P-E が減少しているが、図 2.29 と図 2.30 と比較すると水飽和実験に比べて赤道域の昼夜境界と極域に氷床分布が偏っていることが分かる。

ループを重ねると氷床分布や P-E の変化が小さくなり、安定した解に近づいたと思われる。形成された氷床の高度分布は起伏が大きいものであった。しかし、実際には氷の流動を考えると得られた結果に比べて起伏がなだらかになることが考えられる。氷厚を制限するさいに氷の流動の効果をとりにれた上限をかながえることで、異なった結果が得られると考えられる。

### 2.3.5 問題点

新井 (2019) では昼面水飽和実験において氷厚が収束していない。これは上空乾燥上限を考慮することで、解決する可能性が考えられる。よって、鉛直移流上限だけでなく上空乾燥上限を取り入れることでより現実的な結果が得られるだろう。

新井 (2019) では成田 (2017) の鉛直移流上限をもとに氷厚を制限している。鉛直移流上限では氷床内の温度分布を考えるさいに熱伝導のみで熱対流を考慮していない。氷床内の対

流を考慮することで氷床内部の温度分布が変化し異なった結果が得られる可能性がある。もちろん氷は粘性率が高く，対流のタイムスケールも非常に長いと考えられるので，氷床形成のタイムスケールとの比較を行うことが必要である。

地形の高度分布の効果を反映する際に 1500 日の計算を行って最後の 500 日を平均して次のループの標高データとして与えている。高度分布の効果をより詳細に反映するために 1 ループの計算日数を短くし，総ループ数を増やすことでより現実的な結果が得られる可能性がある。

---

## 第 3 章

# 数値実験の試み

### 3.1 目的

これまでに紹介した Menou(2013), 成田 (2017), 新井 (2019) の 3 つの論文ではいずれも M 型星の HZ を周回する同期回転惑星において, 惑星表面上に液体の水が残るのかという点を力点において議論していた. 最も新しい新井 (2019) では地形の効果を取り入れた実験を行った. しかし, 流水の効果や氷床の水平方向の移流など依然として考慮できていない詳細な問題は残っており, より現実的な結果に近づけるために考慮する点を増やしていきたい.

より詳細な実験の足がかりとして, DCPAM への理解を深めるためにも, まずはテスト計算を行うことにした.

---

## 3.2 テスト計算

### 3.2.1 モデル

本計算では成田 (2017), 新井 (2019) と同じく DCPAM を使用する. DCPAM は地球流体電脳倶楽部が作成した大気大循環モデルである. なお, 実際に解く方程式や離散化の方式, パラメタライズ的手法などについては付録で解説しているのでそちらを参照されたい.

### 3.2.2 計算設定

同期回転していること以外は地球と同じパラメータを持つ惑星についての計算を行った. 地球と同様の海陸分布に設定し, 太陽定数は  $1366 \text{ W m}^{-2}$ , 海面温度は地球のデータを外から与えている. また, 同期回転していることを反映するために, 常に一部分のみに日が差すような恒常的な日射パターンを持つように設定した. 物理過程は付録に示したものを使用している. なお解像度は T21L26 で, 3 年間の計算を行った.

### 3.2.3 結果

以下に計算結果を示す. 図 3.1 の表面温度場を見ると, 海陸分布が存在するため Menou(2013) の図 1 のような綺麗な眼球気候にはなっていないが, おおむね温度が高い昼半球と温度が低い夜半球に分かれている. このことから, 日射パターンを恒常的なものにする設定が正常に動いたことが分かる. また, 海陸分布が表面温度に与える影響が大きいことも分かった. これは海水と陸の比熱の違いによるものと思われる. ただし低緯度帯においては夜半球も高温になっている. これは昼半球から夜半球への熱輸送によるものと思われる.

熱の輸送を調べるために, 図 3.2 に東西地表風速度場を示した. 図から恒星直下点付近で収束, 夜半球中心で発散していることが読み取れた. このことから恒星直下点で上昇流が起り, 夜半球中心で下降流が起っている 2 セルの対流のようなものが考えられる.

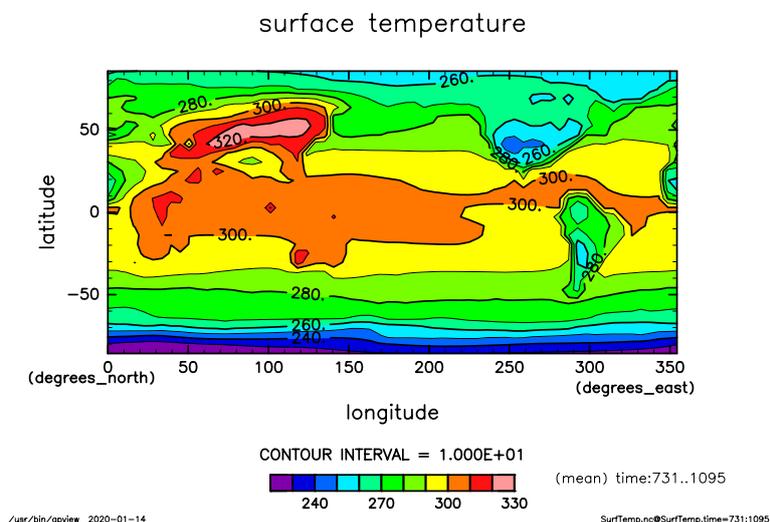


図 3.1 地表温度の 3 年目平均。縦軸が緯度で横軸が経度。

図 3.3 は蒸発量の水平分布である。蒸発量の分布においては昼半球と夜半球の間に大きな差は見られなかった。地形がない場合は恒星直下点付近に蒸発量の大きな部分が見られるはずなので、海陸分布の効果が蒸発量を均したと思われる。

図 3.4 は降水量の水平分布である。恒星直下点に近い大陸で大きな値をとっており、Menou(2013) の計算に近い結果が得られたことが分かる。

以上の結果より、今回のテスト計算では地球の性質を模しつつ恒常的な日射パターンを持つような同期回転惑星をおおむね再現した結果が得られたといえる。

### 3.2.4 今後の計画

今回は DCPAM の理解を深めるためのテスト計算を行うにとどまった。今後、まずは惑星の水分量を変更した実験を行い、総水量が気候に与える影響を考察を行いたい。また、DCPAM の計算結果から氷厚を求めるスクリプトを作成して成田 (2017) および新井 (2019) の再現実験を行う。最終的には DCPAM 本体の書き換え、氷厚を求めるスクリプトの修正などを行い、より高精度な実験を行いたい。

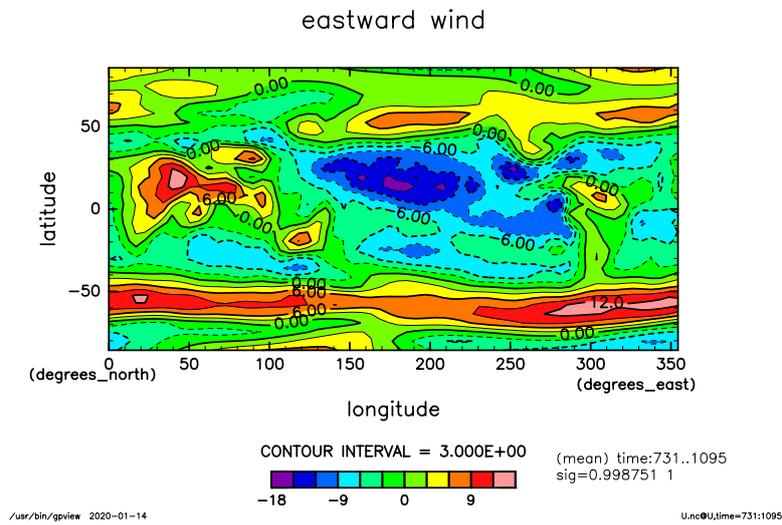


図 3.2 地表東西風の3年目平均。縦軸が緯度で横軸が経度。

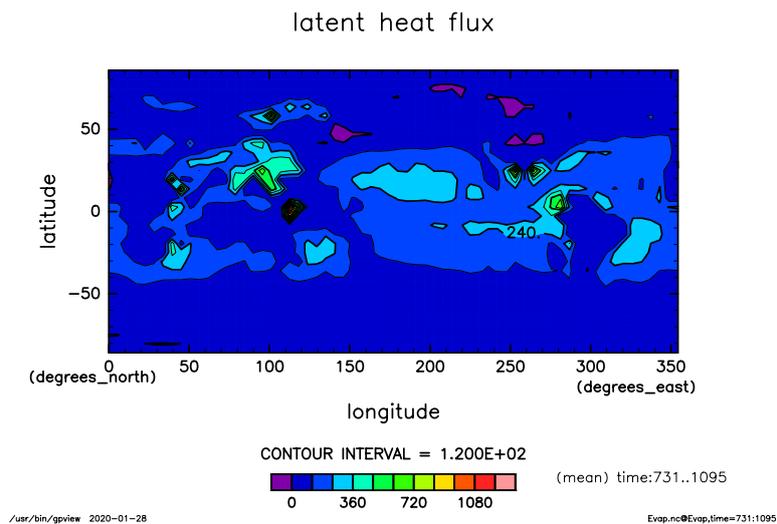


図 3.3 蒸発量の3年目平均。縦軸が緯度で横軸が経度。

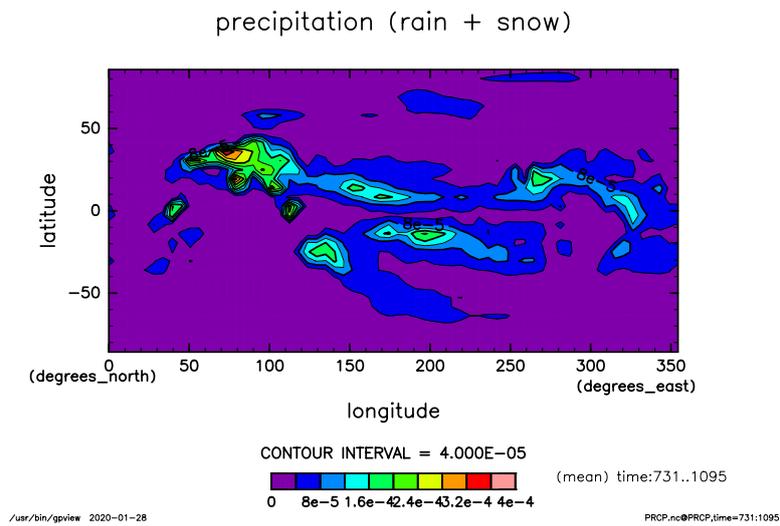


図 3.4 降水量の 3 年目平均。横軸が緯度で縦軸が経度。

---

## 第 4 章

### まとめ

#### 4.1 レビューのまとめ

同期回転惑星のハビタビリティを議論する際、夜半球の氷トラップを考えることが重要である。今回レビューした三本の論文では、氷床流動上限 ((2.4) 式)、非融解上限 ((2.5) 式)、上空乾燥上限 ((2.20) 式)、鉛直移流上限 ((2.16) 式) の 4 つの上限で形成される氷床量の上限を求めた。

氷床流動上限と非融解上限については Menou(2013) で考えられている。しかし、Menou(2013) の計算によると非融解上限は氷床流動上限より強く氷厚を制限しており、実質的に使用されているのは非融解上限のみである。非融解上限を考慮することで氷床の量を熱的なアプローチで求めることは出来るが、氷床の流動が起こす地形変化や鉛直方向の移流などの効果を考慮することは出来ていない。また、結果として地球の 1/4 程度の水量ならば昼半球に液体水が残らない可能性が得られた。

上空乾燥上限については成田 (2017) で考えられている。この上限を考えることで、水飽和の場合などに起こる氷床が惑星に対して非常に大きく成長する問題を制限できる。

鉛直移流上限については成田 (2017)、新井 (2019) で考えられている。鉛直移流上限は非融解上限に氷床内の鉛直移流の効果を取り入れたものである。この上限を考えることで、非融解上限の際には考慮されていなかった氷床上端への降雪と基部の融解によって起こる温度構造の移流の効果を考慮できるようになった。非融解上限を採用した場合よりも多く

---

---

の液体水をトラップできるという結果が得られた。

ただし、氷床の起伏による地形の効果を取り入れて計算を行った新井 (2019) は、水飽和実験において、昼半球にも氷床が形成され、かつ水飽和実験部分乾燥実験ともに非常に強い起伏を持った氷床が形成されるという結果を示した。鉛直移流上限で考えられているのは鉛直方向の移流のみであり、起伏の強いエッジの立った氷床においては水平方向への移流の効果が大きな影響を及ぼすと考えられる。

今回レビューした三本の論文によって、同期回転惑星においては夜半球の氷トラップがハビタビリティに大きな影響を与えることが示された。ただし、水平方向の移流や流水の効果など考慮されていない問題点は多々あるため、成田 (2017) が示した鉛直移流上限に水平方向の移流の効果を取り入れた上限を考える、もしくは新たな計算手法を考える必要があると思われる。水平方向の移流を考えた上限には Menou(2013) の氷床流動上限があるが、この上限は、Menou(2013) の計算結果より、非融解上限より弱い上限となったため実質的には氷厚の上限として機能していない。そのため、水平方向の移流の効果を氷床流動上限を用いずに考慮する必要がある。最終的には、鉛直移流上限に水平方向の移流の効果を入れ込んだ上限を新たに考え、その上限と上空乾燥上限で氷厚を制限するのが適していると思われる。

## 4.2 現状および今後の展望

新井 (2019) の結果は水量が多い場合においては、昼半球にも氷床が形成されるという非常に興味深い結果であり、再現実験を行う事で新井 (2019) の結果を確かめたい。また、新井 (2019) で考慮されていない要素を反映した計算を行うことで、より現実的な結果を示したい。

上記の目的を達成するための足がかりとして、まずは惑星気象および DCPAM への理解を深めるために、いくつかの設定でテスト計算を行っている。

---

## 謝辞

本論文の執筆に際して、さまざまな方にお世話になりました。指導教授である石渡正樹教授には研究に必要な環境構築や基礎的な物理や数学から実際の計算方法、解析方法まで様々なことを教えていただきました。また、惑星宇宙グループの先生方、先輩方にも多くのことをご教授、ご助言をいただきました。加えて、本論文での計算には地球流体電脳倶楽部の DCPAM を使用させていただきました。多くの人のご協力があったことで論文の執筆作業を進めることができました。この場を借りて御礼申し上げます。

---

## 付録 A:大気大循環モデル DCPAM

成田 (2017), 新井 (2019), 本論文のテスト計算で使用している GCM は地球流体電脳倶楽部が作成した dcpam5 のである. dcpam5 の詳細については DCPAM のウェブページに記載されているのでここでは簡単な概略を述べる.

dcpam5 は緯度  $\phi$ , 経度  $\lambda$ , 高度  $\sigma$  の 3 次元球面座標系を採用している. ここで  $\sigma = p/p_s$  であり,  $p$  は気圧,  $p_s$  は地表面気圧である.

dcpam5 の計算過程は力学過程と物理過程からなっており, 力学過程ではプリミティブ方程式を解いている. 計算に使用されている方程式を以下に記載する.

連続の式

$$\frac{d \ln p_s}{dt} + \nabla \cdot v_H + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0$$

運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} - fv - \frac{uv}{a} \tan \phi &= -\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} - \frac{RT_v}{a \cos \phi} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \lambda} + F_\lambda \\ \frac{dv}{dt} - fu - \frac{u^2}{a} \tan \phi &= -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} - \frac{RT_v}{a} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \phi} + F_\phi \end{aligned}$$

熱力学の式

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RT_v}{C_p} \left( \frac{\partial \ln p_s}{\partial t} + v_H \cdot \nabla \ln p_s + \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dt} \right) + \frac{Q}{C_p}$$

静水圧平衡の式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT_v}{\sigma}$$

水蒸気輸送の式

$$\frac{dq}{dt} = S_q$$

方程式中の変数，定数の説明は以下の表に記載した。

表 A.1 方程式系の変数

$\phi$ : 緯度	$R$ : 気体定数
$\lambda$ : 経度	$C_p$ : 乾燥大気の定圧比熱
$p$ : 気圧	$\Phi$ : ジオポテンシャル
$p_s$ : 地表面気圧	$T$ : 温度
$\sigma$ : $p/p_s$	$T_v$ : 仮温度
$u$ : 東西風速	$F$ : 外力
$v$ : 南北風速	$Q$ : 加熱項
$f$ : コリオリパラメータ	$q$ : 比湿
$a$ : 惑星半径	$S_q$ : 比湿の生成消滅

dc pam5 ではこれらの方程式を離散化して解いている。離散化の方法は，鉛直方向には差分法 (Arakawa and Suarez,1983)，水平方向にはスペクトル法 (Bourke,1988)，時間方向には後方差分とセミインプリシット法 (Bourke,1988) を使用している。

物理過程では放射，対流，降水，熱収支などのプロセスがパラメタライズされている。プロセスによっては複数のパラメタライズの方法が実装されているため，実験の目的に合わせた手法が選択できる。ここでは，成田 (2017) もしくは新井 (2019) で用いられたものについて説明する。放射過程には地球用放射モデルを用いている。この放射モデルでは長波放射に対する  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$ ,  $CH_4$ ,  $N_2O$  の吸収 (Chou and Kouvaris,1991, Chou et al.,2001)，および短波放射に対する  $H_2O$ ,  $O_3$  の吸収 (Chou and Lee,1996)，雲の吸収，散乱 (Chou et al.,1998)，レイリー散乱 (Chou and Lee,1996) が考慮されている。鉛直拡散の評価には Mellor and Yamada (1982) によるモデルのうち，レベル 2.5 を利用した。地表面フラックスは Beljaars and Holtslag (1991) によるバルク法で計算している。積雲の取り扱いには Moorthi and Suarez (1992) の Relaxed Arakawa-Schbert スキームによる。また，Manabe et al. (1965) にしたがって対流調節が行われる。雲は水蒸気の凝結により生じる。サブグリッドスケールの部分雲は考慮されない。雲水の移流および雲氷の存在は無視している。雲水量は設定した消滅時間の経過後  $1/e$  倍になり，それ以外は降水として大気から取り除かれる。また，大規模凝結による降水は Manabe et al. (1965) の手法で扱っている。降水は大気最下層温度に応じて雨または雪のいずれかとなるが，雪となる場合，潜熱は無視される。土壌水分量は Manabe et al. (1965) のバケツモデルによって決定される。惑星

表面温度は、海面については気候値データを外部から与える方法、および板海を仮定して熱収支を計算する方法のいずれか、陸面については土壌中の熱伝導方程式を解く方法により決定される。

---

---

## 付録 B:Menou(2013) 全訳

ここでは本文 2.1 節でレビューした Menou(2013) の全訳を掲載する。

### 要旨

M 型星の周りを公転する潮汐固定された惑星は地球外生命の存在可能性が示唆されている一方、揮発性物質や液体の水に乏しいと考えられる。それらの惑星のモデル計算から、降雪や氷床成長による昼半球から夜半球への水の固定が起こることが示されている。昼半球への氷床の流動が極めて遅いとき、多くの水が夜半球に氷として固定される。この論文では氷床の力学と熱力学的な条件から、水の量が地球の四分の一ほどしかない惑星において、水がどのように固定されるかを示す。この結果は、ハビタブルゾーン内にある惑星が乾燥しうることを示唆している。昼半球に残るであろう水の量と氷-水の分配は、大気中 CO<sub>2</sub> 量を制御する岩石の風化など様々な要因に依存している。夜半球に水が固定された乾いた昼半球を持つ惑星は、液体の水が豊富に存在する惑星とは対照的に、居住可能性に対して陸惑星と同様の優位性を持つ<sup>1)</sup>。

### 序論

M 型星のハビタブルゾーン内を公転する地球型惑星は新たな惑星の発見と大気の特徴づけを行ううえでとてもよい研究対象である。近年のケプラー宇宙望遠鏡の観測結果から、

---

<sup>1)</sup> 潮汐固定された惑星では水惑星と異なり、暴走温室効果などを考えると、水が系に残る。しかし、水は液体として残るのではなく、夜半球に氷として固定される。固体の氷が固定されていることが果たして居住可能性に優位性をもたらすのだろうか。

---

宇宙にはこのような惑星が多く存在することが示唆されている。

上述したタイプの惑星は、特殊で興味深い気候を持つ。惑星の公転周期と自転周期が等しくなるまでに、潮汐進化が起これ、恒常的な昼半球と夜半球をもつ特殊な日射パターンを経験することが予期される。また、表面気圧が十分に高ければ、夜半球の大気崩壊は防がれる。さらに、様々な他の研究から、M型星の周りを公転する惑星では熱い昼半球から冷たい夜半球への大気循環が起こることが分かっている。

これらの惑星における気候の問題には注意を払われていなかった二つの側面がある。それは揮発性物質の欠乏の可能性があると、かなりの割合の水が氷として夜半球に固定されることである。Lissauer(2007)とRaymond et al.(2007)は、地球型惑星形成シナリオに基づいて、揮発性物質の欠乏はそれらの惑星の重要な特性となりえると主張している。

水を豊富に保持する惑星でさえ、同期回転に達する前に、激しい潮汐加熱によって表層の水を失ってしまう。Heath et al.(1999)とJoshi(2003)は夜半球が水をトラップすることに対する問題点を考慮している。しかし、それらの論文は、水が豊富にある状態で氷床がどのように融解を経験するのか、融解により氷がトラップされることは効果的に進まないという議論に力点を置いている。Leconte et al.(2013)では、夜半球の氷トラップについて議論されているが、特にハビタブルゾーンの内側の端にある双安定な気候<sup>2)</sup>を持つ惑星について議論している。

ここで、揮発性物質が欠乏することは惑星の表層水が少量であることと同義である。M型星の周りを公転し、水を少量しか持たない惑星では、夜半球での氷トラップは効果的に起これ、それは惑星の気候に対して非常に大きな影響を及ぼす。2節ではM型星の周りを公転する惑星の気候に対する新たなモデルを使用して、夜半球での氷トラップに関する大きな発見を提示する。3節では、水が少ない惑星の氷トラップが有効にはたらくことについての主張を展開する。4節では、それらの惑星の気候に与える示唆を議論し、結論を示す。

---

<sup>2)</sup> 原文では bi-stability という単語が使われているが、適切な訳が分からなかった。ここでは双安定性と訳している。Leconte et al.(2013)はハビタブルゾーン内側境界における惑星について議論している。Leconte et al.(2013)によるとそのような惑星は全球凍結する場合と暴走温室効果によって水分を失う場合の二つの平衡状態を持つ。また、このような気候を bistability climate と呼称している。

---

## 気候シミュレーションと氷トラップ

M 型星のハビタブルゾーン内を公転する潮汐固定された惑星の気候を調べるために、Hamburg 大学で開発された柔軟性のある惑星シミュレータを用いた。この惑星シミュレータは擬スペクトル法を使用した大気の力学過程と正確な放射輸送スキームから成っている。雲形成の診断、水の蒸発、降水、厚さ 50 m の板海モデル、熱力学的な海水モデル (詳細は Fraedrich et al. 2005) など地球型惑星の水循環をシミュレートするために詳細な定式化を含んでいる。このモデルは現在の地球気候に合わせたものではあるが、地球と少し違った条件の下でも正確な計算が期待できる。解像度は T42L1 を使用した。

恒常的な日射パターンを用いた計算が可能になるように惑星シミュレータを修正した。また、潮汐固定された惑星に関する先行研究との整合性を保つためにすべてのモデルで離心率を 0 に、傾斜角を 0 度にした。日射量は地球の  $1365 \text{ Wm}^{-2}$  に合わせ、自転周期は 0.3 太陽質量の M 型星の周りを公転する惑星を考慮した 240 時間 (Edson et al. 2012) に設定した。また、結果に大きな影響を与えないと考えられるため、すべてのモデルから地形の高度分布の効果を抜いてある。大陸分布は現在の地球のものを使用した。特に明記しない限りその他のパラメータは地球と同じ値とした。

表 1 はこの計算を行ったモデルのリストである。すべてのモデルで 40 ヶ月<sup>3)</sup>の計算を行った。これは、地球によく似た初期条件から計算を開始して恒常的な日射パターンの下で表面温度が定常状態に達するのに十分な時間である。Earth1, Earth2, Earth3 は標準的な地球のパラメータを使用したモデルである。ただし、それぞれの恒星直下点経度は 0 度, 90 度, 180 度, 自転周期は 240 時間に設定してある。Earth.lowP は Earth1 の地表面気圧を 0.3bar に設定したものである。これは CO<sub>2</sub> の絶対量をおおよそ 1/3 に減らしたことにもなっている。なぜなら、CO<sub>2</sub> の濃度は 360ppm に固定しているからである。Earth.low CO<sub>2</sub> と Earth.high CO<sub>2</sub> はそれぞれ CO<sub>2</sub> の割合が 36ppm と 3600ppm に設定されている。Earth.fast と Earth.slow はそれぞれ自転周期を 120 時間と 480 時間に設定してある。SuperEarth は実際の地球に比べて表面重力と惑星半径を大きくしてあり、地球の 10 倍の質量に設定してある。最後に大陸をすべて取り除いた Aquaplanet も用意した。

<sup>3)</sup> 積分期間が十分であるか分からなかったため、本文中図 2.1 で確かめている。

すべてのモデルにおいて循環レジームは、定性的に潮汐固定された惑星気候の先行研究 (e.g., Joshi et al. 1997; Merlis & Schneider 2010; Heng et al. 2011; Edson et al. 2012) と合致していた。上空での2つの東向きジェットや赤道上での西向きの風など表1に示したモデルの大部分では帯状平均した東西風が地球に似通っていた。Earth.lowP, Earth.slow, SuperEarthの3つのモデルは上空での幅の広い東向きジェットや赤道での東向きの風などスーパーローテーションのレジームの循環が起こっているように見える。最大風速は SuperEarth モデルで  $\sim 17 \text{ ms}^{-1}$ , Earth.high CO<sub>2</sub> モデルで  $\sim 60 \text{ ms}^{-1}$  である。この結果は興味深いことに Edson et al. (2012) と一致していない。Edson et al. (2012) では、スーパーローテーションへの移行は、陸惑星の場合は自転周期がおよそ 100-101 時間、水惑星の場合はおよそ 72-96 時間の時に起こるとされている。この相違を解明することは非常に興味深い。しかし、この問題は夜半球での氷トラップという主題に対しては大きな影響を与えることはないだろう。

図1は Aquaplanet モデルの計算結果である。表面温度場を見ると、昼半球では液体の水が存在できる温度になっていることが分かり、eyeball climate (Pierrehumbert 2011) と比較しうるものになっている<sup>4)</sup>。夜半球では極から少し離れた部分が最も寒く、赤道が最も暖かい。この気温分布は、地表近くの風による昼半球から夜半球への熱輸送と、夜半球における大気-地表間の相互作用が原因で生じると考えられる。

可降水量の大部分は昼半球の強い蒸発の起こる恒星直下点に限定して起こる。循環は東向きに、降雪が起こる夜半球へと水蒸気を運ぶ<sup>5)</sup>。降雪の大部分は一年を通して昼半球で起こるが、夜半球における弱い降雪が存在していることは氷床の成長を考えると興味深い。前述の Merlis & Schneider (2010) にあるように、似たようなシミュレーションで正味の降水量は恒星着地点で大きな正の値となっており、同時に昼半球の広範囲にわたって負の値が存在している。図1に見られる特徴は表1に記載されているすべてのモデルで定性的に共通するものだといえる。このことより、この特徴はM型星を周回するハビタブルゾーン内にある潮汐固定された惑星にとって、一般的なものであると考えられる。

表1にはそれぞれのモデルについて、夜半球で平均した降雪量が示してある。値の範囲は  $0.3\text{-}0.01 \text{ mm day}^{-1}$  であり、Joshi (2013) の  $0.11 \text{ mm day}^{-1}$  という値とおおよそ一致して

<sup>4)</sup> 原文には *comparable* とあるが、図1の地表面温度分布は *eyeball climate* と似ているようには見えない。「似ている」という表現を使うことに疑問を感じたので、ここでは「比較しうる」と訳した。

<sup>5)</sup> 東向きに水蒸気を運ぶ循環が卓越するとあるが、全球的には西向きの循環も起こっているはずで、そうなるには限らないように思える。

いる。この値の範囲は夜半球へ水蒸気を運ぶ循環の効率を反映していて、Earth.slow モデルで著しく弱くなっている (Merlis & Schneider 2010 も参照)。このくらいの降雪量であるにも関わらず、3 万年から 300 万年の間、典型的には 10 万年のタイムスケールで 1km の厚さの氷が夜半球に降り積もる (係数の 3 は雪と氷の密度差からなる)。これらのタイムスケールは非常に短く、それは地球のようなわずか数 km の海しか持たない惑星の水循環が、潮汐固定された後に、急激に変化することを示唆している。したがって、M 型星の周りの惑星を扱う上で、氷床の詳細な性質を理解することは重要である。

## 夜半球の氷床

### 総論

図 2 は潮汐固定された惑星の夜半球において氷層がとりうる 3 つの構造である。便宜上、一様に平らな海盆の仮定し、大陸を無視する。しかし、4 節ではそれらの仮定を再考する。

3.3 で定性的に述べるように、氷床の基部が融解するために、氷層が運ぶ地熱由来の熱フラックスによって厚さは制限される。夜半球の温度が比較的程度が弱いこと、表層に豊富に水を持っていることのいずれか、もしくは両方を満たす潮汐固定された惑星では、夜半球で冷たい海の上に氷層を持つだろう。このシナリオは Health et al.(1999) によって強調されるものの一つであり (Joshi 2003 も参照)、図 2 の一番上の "ice shelf configuration" に描かれている。この構造では昼半球からの水蒸気の輸送の結果、夜半球において降雨、降雪が起こる (灰色の矢印)。しかしながら、降雪があっても氷厚は際限なく厚くなることはない。なぜなら、底面融解によって氷厚が制限されるからである。定常状態の水循環は氷河の下を海を経由する昼半球への水輸送によって閉じている (黄色の矢印)。氷と海の層厚は基部における側圧の平衡を保つために、全球で均一にならなければならない。そうでなければ、平衡を保つために速い水の流れが起こる。

図 2 の二番目に描かれているのは "ice sheet configuration" である。この構造は氷層に水が少ないこと、夜半球の温度が低いことの両方、もしくはいずれかを満たす場合に氷層の一部は臨海厚さを超えることができる。そのような地域では、図 2 の二つの放射の点線の間に見られるように、氷床が接地している。降雨と降雪は、接地した氷床が現れるという前述の構造と同様のふるまいを見せる。この氷床において、氷の粘性は非常に大きなもの

であるために氷はとどまることができ、基部では大きな圧力勾配が存在しうる。氷床基部の圧力によって氷は流れ落ちる。そして、定常状態で水循環は新たなマスバランスを満たす必要が生じる。氷床が接地している場所で、降雪による氷床成長と流れ出る氷の量がバランスしなければならない。氷の流れと水の流れの間の大きな粘性の違いが氷床成長を可能にする。氷床モデルは氷床量の推算に粘性流の効果を考慮することが不可欠であることを示唆している。

3 つ目の構造は"water-trapped configuration"である。これは"icd shelf configuration"の極端な場合である。非常に表層水が少ない、夜半球の温度が非常に低いという条件のいずれかを満たす場合にこの多くの水が固定されて昼半球に少ししか水が残らない構造が実現される。最終的に昼半球に残る水は水循環を閉じるために必要である。実は、昼半球の水の蒸発、移流、そして夜半球での降水は昼半球に帰ってくる氷フラックスと釣り合っていないしなければならない。しかし、図 2 に示されるように、この原理に基づくと昼半球に残る水の量は非常に少ない。この構造ではどの程度の水が夜半球に固定されるかを測るために、定量的な氷床モデルの議論に移ろう。

## 等温氷床モデル

氷床の熱力学モデルはすでに存在する (e.g. Bueller et al. 2007; Fowler 2011)。しかし、今回の議題においては、力学的な制約と熱力学的な制約を分けて考えたほうが便利であるということに気づいた。単純な等温氷床モデルを採用することは、非等温の場合には同等の拡散方程式が導出できること (例えば, Fowler 2011) と、氷床は一般的に底面境界付近、すなわち限られた温度範囲で強い鉛直温度勾配を示すことに注目することで妥当性を得る。温度の制限範囲を超えて、基部が平らで滑りがない場合の等温氷床モデルの発展方程式は (1) である (Fowler 2011)。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ 2(\rho g)^3 A_0 \frac{h^{n+2} |\nabla h^{n-1}|}{n+2} \nabla h \right] + a \quad (1)$$

ここで、 $h$  は氷厚、 $\rho = 917 \text{ kg m}^{-3}$  は氷の密度、 $g$  は表面重力、 $A_0 = 10^{16} \text{ Pa yr}^{-1}$  は典型的な氷の流動速度 (氷床基部の粘性に関係する)、 $n = 3$  は非ニュートンの場合の Glen の法則に基づく典型的な値、 $a$  は氷の蓄積速度 (氷床 ↑ では一定と仮定) である。この式は氷厚  $h$  に対する非線形拡散方程式で、氷が薄いという近似のもと、質量保存と運動量保存を満たす。各括弧の中身は氷フラックスで、氷厚と水平勾配に強く依存する。有効拡散係

数がかかっている。

(1) 式は解析解を持つ (e.g. Bueler 2003). そして, そのような単純解をここでは使用する.  $n = 3$ , 一次元で線対称, 定常状態の場合, 解は

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r s^5 \left( \frac{ds}{dr} \right)^3 \right] + 1 = 0 \quad (2)$$

となる. ここで  $r = R/L$  は円筒座標における半径である.  $r = 1$  で氷床の端となる.  $s = h/Z$  は氷厚で,

$$Z = \left( \frac{5L^4 a}{2(\rho g)^3 A_0} \right)^{1/8} \quad (3)$$

は氷厚のスケールファクターである. まずは,  $r = 0$  において  $ds/dr = 0$  として, (2) を  $r$  について積分した. 次に,  $r = 1$  において  $h = h_{cond}$  として  $r$  について積分した. この境界条件は, 氷床が接地しなくなり, 海に浮かぶポイントにおいて氷フラックスが有限の値をとることを保証する. このポイントのところまで氷床の式は有効である (Fowler 2011). 結果的に, 氷厚についての解は,

$$h(R) = Z \left[ 4 \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{4/3} - \left( \frac{R}{2L} \right)^{4/3} \right] + \left( \frac{h_{out}}{Z} \right)^{8/3} \right]^{3/8} \quad (4)$$

である. この解は,  $h_{out} = 0$  で特異点となる (e.g. Bueler 2003).  $h_{out} > 0$  の場合, 全降雪と氷床端での有限な氷フラックスのバランスが保たれる.

図 3 は (4) 式から導かれた氷厚である. 実線は  $L = 10000$  km の場合の解である. また,  $a = 0.1$  mm day<sup>-1</sup>, 境界の氷厚  $h_{out} = 1$  km と仮定してある. 点波線は,  $h_{out} = 500$  m であることを除いて実線と同じである. これは降雪率  $a = 0.01$  mm day<sup>-1</sup> にしたことと一致する. 破線は  $L = 500$  km,  $a = 0.1$  mm day<sup>-1</sup>,  $h_{out} = 500$  m の場合の解である. これら 4 つの解における氷厚のスケールファクター  $Z$  はそれぞれ, 7737, 7737, 5802, 5471 である.

これらの単純な氷床モデルのパラメータ空間の吟味は  $h_{out}$  が氷床分布に関して大きな影響を与えないということを示す ( $h_{out} \ll Z$  の場合). スケールファクター  $Z$  は全球的な氷厚をよく示している. 図 3 にあるように強い降雪は氷厚を大きくする. 定常状態の氷厚はいかなる半径の場所であっても, 全降雪と運び出される氷が釣り合うことを示す ((2) 式). これらのモデルにおいて典型的な氷厚を決めるのはこの質量バランスである.

2 節で議論した気候モデルは夜半球全域を超えて氷床が広がる可能性を示唆した。これは地球サイズの惑星を考えたとき  $L \simeq 10000 \text{ km}$  となることに相当する。これらのような気候モデルでの夜半球平均した降水量を代表する蓄積速度、典型的な氷厚は  $L = 10000 \text{ km}$  のとき  $Z \simeq 5.5 - 7.7 \text{ km}$  となる。このような氷の大きさはかなりの量の水が夜半球にトラップされることをほのめかす。しかし、次に示すように非常に多量の氷トラップは熱力学的な上限で制約される。

### 熱力学的な融解による制限

氷厚は基部の高圧下における融解によっても制限される。最も単純な形では、地表からの地熱フラックスを氷床が輸送する定常状態の鉛直方向の伝導モデルで表すことができる。ここで Abbot & Switzer (2011) による形式論を導入する。これは、氷の熱伝導率についての温度変化の重要性の大部分を説明する。その結果、定常的な氷床の伝導の場合の指数的な温度分布から、融解する前の最大氷厚を得た。

$$h_{cond} = \frac{A}{F} \ln \frac{T_{melt}}{T_{surf}} \quad (5)$$

ここで水氷の伝導率は  $k(T) = AT^{-1}$  と与え、 $A = 651 \text{ W m}^{-1}$  である。 $T$  は氷の温度で単位は  $K$  であり、 $F$  は地殻熱流量である (地球の  $\simeq 0.09 \text{ W m}^{-2}$  という値を使用)。 $T_{melt} \simeq 260 \text{ K}$  は高圧下での氷の融点で、 $T_{surf}$  は氷層上端の温度である。 $T_{surf}$  は 2 節で解説した気候シミュレーションモデルの地表大気の循環によって決まる。

したがって、(5) 式を用いて表面温度分布を非融解上限の分布と対応させることは容易である。地球の地殻熱流量  $F$  を用いた水惑星の場合の結果が図 4 である。この分布から非融解上限が厳しいものであることがわかる。夜半球の大部分の氷は融解する前に  $\simeq 1 - 1.5 \text{ km}$  に達し、数千  $\text{km}$  程度の寒い地域では厚い氷が広がっている ( $4.3 \text{ km}$  以上)。最初に、潮汐固定された惑星の夜半球にトラップされる水の量の保守的な上限はこの熱力学的な融解を考えた上限から得られる氷の成長限界を考えることで得られる。夜半球の温度場は融解なしの場合で氷厚が  $\simeq 1.5 - 2 \text{ km}$  を超過することを許していない。非常に大きな氷厚 ( $5.5 - 7.7 \text{ km}$ ) は、定常状態の氷床モデル実際に実現されないことを考慮すると、現実には起こらない。なぜなら、融解はそのような氷床の成長を妨げるからである。この解釈では、氷床流動上限での限界値に達する前に非融解上限が氷厚を制限し、現実の氷厚は非融解上限で制限されるのかもしれない。

弱い上限，夜半球にトラップされる氷の量の別の上限は氷床のエネルギー論に基づく基部の水の流れが果たす重要な役割を考えることで得られる．底面融解が起こったとき，基部の水にとって氷が厚いところから熱を運び出すことが自然である．すなわち，基部での圧力勾配が下がる．そのような融解している部分から熱を運び出す基部での流れは，氷床に伝わる熱フラックス  $F_{eff}$  を減少させる (e.g. Cuffy & Paterson 2010)．このことを考えると，実際の氷厚は私たちが考えている (5) 式のような単純な一次元モデルより大きくなるだろう ( $F_{eff}$  が  $F$  より小さくなる)．基部での水の流れのモデル無しには，この効果の定量的な試算は難しいが，多次元氷床モデルにおいて強い仮説，基部での流れは氷床の下を通過して効率的に熱を運ぶという仮定が時々導入される (e.g. Hulbe & MacAyeal 1999)．そのような上限では，非融解上限でも氷床流動上限でも氷厚は強く制限できない．だけれども理想的にはこれらの二つの氷厚上限，強い制限と弱い制限は底面融解が起こったときの夜半球での氷のふるまいに対して有用である．二つの制限を考慮すると，図 4 に示されるように，氷の分布は強い非融解上限にしたがう．氷の量，相当氷厚は 560 m となる．表 1 中の別の気候モデルでも似たような値がみられて，その範囲は 320 – 770 m である．この値の範囲はそれぞれのモデルの夜半球がどの程度寒いかを反映している．夜半球への熱輸送が最も効果的でなかったのは Earth.low モデルである．対照的に図 3 中の実線と点線で示されている，弱い制限によって実現される分配の，相当氷厚は地球サイズの惑星では 1806 – 2400 m である．

地球の表層水の量は相当氷厚に直すと  $\approx 2700$  m である (e.g. Charette & Smith 2010)．強い制限を採用すると，表 1 に示されている気候モデルでは，地球の水量の 1/7 から 1/3 の水が夜半球に固定される．また，モデルの多くでは 1/4 から 1/5 の水が固定される．弱い制限に従うと，効果的に氷床下で水流が生じているとき，地球の 65-90% の水が夜半球に固定される．これらの両方のケースにおいて氷として存在する水はとて多く，水に乏しい惑星は表層水のほとんどが夜半球に固定される可能性がある．

しかしながら，惑星形成モデルに基づいて地球型惑星が保持する水の量の正確な予測をすることは難しい．Raymond et al.(2007) のシミュレーションによると M 型星のハビタブルゾーン内を周回する惑星のバルク水の量は地球より二桁少ない．したがって表層水は非常に少なくなる．一方，Ogira & Ida(2009)<sup>6)</sup> は惑星軌道の移動がスノーラインを越えて効率的に水を運んできた場合，M 型星のハビタブルゾーンを周回する惑星は豊富に水を持つと主張している．これは原始惑星系円盤の構造や惑星軌道の移行プロセスがどのように起

---

<sup>6)</sup> Ogihara の誤植?

---

---

こったかによる。M 型星まわりの惑星では、同期回転に至る前の潮汐加熱で大気を通じた水の脱出が起こる (Barnes et al. 2013)。M 型星のハビタブルゾーンを周回する惑星は水に欠乏しているという単純な考えを採用しようと思う。

それゆえに、保持している水が少ない M 型星系の地球型惑星ではほとんどの水が氷として夜半球に固定される。そのような水が固定された状況において、昼半球は最終的に干上がるが、水循環が閉じるためには夜半球からの流れを相殺するために昼半球に液体の水が残っている必要がある (図 2)。昼半球に残る水の量を見積もることは難しく、それは長期間の気候の問題に強く関係している。

## 議論と結論

地球と同程度の放射、1/4 以下の水分量だと、ほとんどの水がトラップされる。この状況下の表層水の量は惑星が受ける日射量とともに変化する。しかし、大気中の CO<sub>2</sub> 濃度や岩石の風化、大陸分布など様々なファクターが関係するので、みつめることは容易ではない (Edson et al. 2011)。

いくつかの仮定と氷床モデル中の近似によってこの結果が得られた。それらの仮定は精査を受けるに値する。例を挙げると、夜半球への海を通じた熱輸送は今回のモデルでは考慮されていない。この熱輸送は新たな熱源となり氷厚に影響を与えるだろう。このことを考えると、氷厚が非常に大きくなる部分は夜半球の大陸に覆われたごくわずかな地域にとどまるだろう。したがって、全体の氷トラップの総量は減少する。これは陸地や海底の地形が気候に大きな影響を与える一例である。

陸地と海底の地形が与える大きな影響のうち、もう一つは、昼半球に残った水の行方である。2 節で議論した気候モデルでは、降雪量は海洋からの蒸発と夜半球への大気を通じた水蒸気の輸送に強く依存していた。氷トラップ構造 (water-trapped configuration) では、昼半球の海が徐々に干上がり、蒸発面が縮小するだろう。それは海底の詳細な地形による。大気を通じた夜半球への水蒸気の輸送は昼半球の海水準が著しく低下したときに影響を受けるだろう。もしこのことが夜半球での降水を相当量現象させるならば、氷床の厚さは 3 節で見積もったものよりも薄くなるだろう。結局のところ、蓄積率が非常に小さい場合とマスバランスによって単純になっている場合を除いて底面融解では氷厚を制限できない。この表 1 よりも降水量が少ないレジームでは、昼半球の水が干上がったとき、氷トラップ

---

---

が実現される。とにかく、この理論は水循環が閉じていることを前提とする氷トラップ世界において、昼半球から流出する水量がどの程度信頼できるかを示す。言い換えると、昼半球と夜半球の双方向の水循環に依存しなければならないことを示している..

昼半球に残った水の量は、大気中の  $\text{CO}_2$  濃度を規定する岩石の風化の効果に依存する。Abe et al.(2011) ではこの風化作用は陸惑星に作用し続けるがその能率は地球のものとは異なるとしている。昼半球の海が干上がった惑星では、多くの岩石が大気にさらされるが、海水による風化の機会は大幅に減少する。したがって、全体の風化速度は結論として不明慮なものとなる。定量的には、表 1 中の low  $\text{CO}_2$  と high  $\text{CO}_2$  モデルは  $\sim 150\text{ m}$  程度の氷厚の違いを示している (Earth1 と比較して)。このことは、風化作用による大気中の  $\text{CO}_2$  濃度の調節は昼半球に残りうる水の量に大きな影響を与えることを明示している。

関連する問題として、海洋中の大きな  $\text{CO}_2$  リザーバーの存在がある。揮発性物質が不足した惑星において、海洋質量に比例してリザーバーは減少するが、海洋に  $\text{CO}_2$  が固定されていたと仮定すると、海が干上がったときに大気中の  $\text{CO}_2$  濃度を著しく上昇させるだろう。この  $\text{CO}_2$  の超過は、とても長いタイムスケールで起こるだろう。したがって、水循環と炭素-ケイ素サイクルのバランスによって気候は長期間にわたって大きく変化しないと考えられる。

夜半球に氷としてトラップされる表層水の大部分は、必ずしもハビタビリティを疑う要素となるわけではない。Abe et al.(2011) は水惑星より陸惑星がハビタビリティの制限を伸ばすことを発見した。また、なぜ陸惑星のほうが水を保持できるかについても説明している。たとえ初期の水の保有量が少ないとしても、乾燥した昼半球と凍った夜半球による氷トラップは、陸惑星と似たハビタビリティをもたらす。水が自由に流れて、豊富に存在する惑星に比べて、しかしながら、氷トラップはハビタブルな地域を強く制限する。したがって、観測によって氷トラップされる場所と水がフリーである場所の広がりを見定めることは実に興味深い。表層の状況にアクセスできなかつたり、透過分光法では 2 つの構造に大きな違いは見られなつたりと境界を見定めることは難しいだろう。

---

表 B.1 各モデルの主要パラメータと結果

モデル	主要パラメータ	夜半球での降雪量:mm/day	氷厚:GEL(m)
Earth1	$P_{rot} = 240$ h, 恒星直下点経度 = 0deg	0.12	470
Earth2	$P_{rot} = 240$ h, 恒星直下点経度 = 90deg	0.11	440
Earth3	$P_{rot} = 240$ h, 恒星直下点経度 = 180deg	0.26	400
Earth.lowP	$P_{surf} = 0.3$ bar, 他の値は Earth1 準拠	0.27	770
Earth.lowCO2	$CO_2 = 36$ ppm, 他の値は Earth1 準拠	0.10	600
Earth.highCO2	$CO_2 = 3600$ ppm, 他の値は Earth1 準拠	0.16	320
Earth.fast	$P_{rot} = 120$ h, 他の値は Earth1 準拠	0.29	340
Earth.slow	$P_{rot} = 480$ h, 他の値は Earth1 準拠	0.009	490
SuperEarth	$g = 29.63$ m s <sup>-2</sup> , $R_p = 11000$ km, 他の値は Earth1 準拠	0.07	400
Aquaplanet	Earth1 から大陸を削除したもの	0.06	560

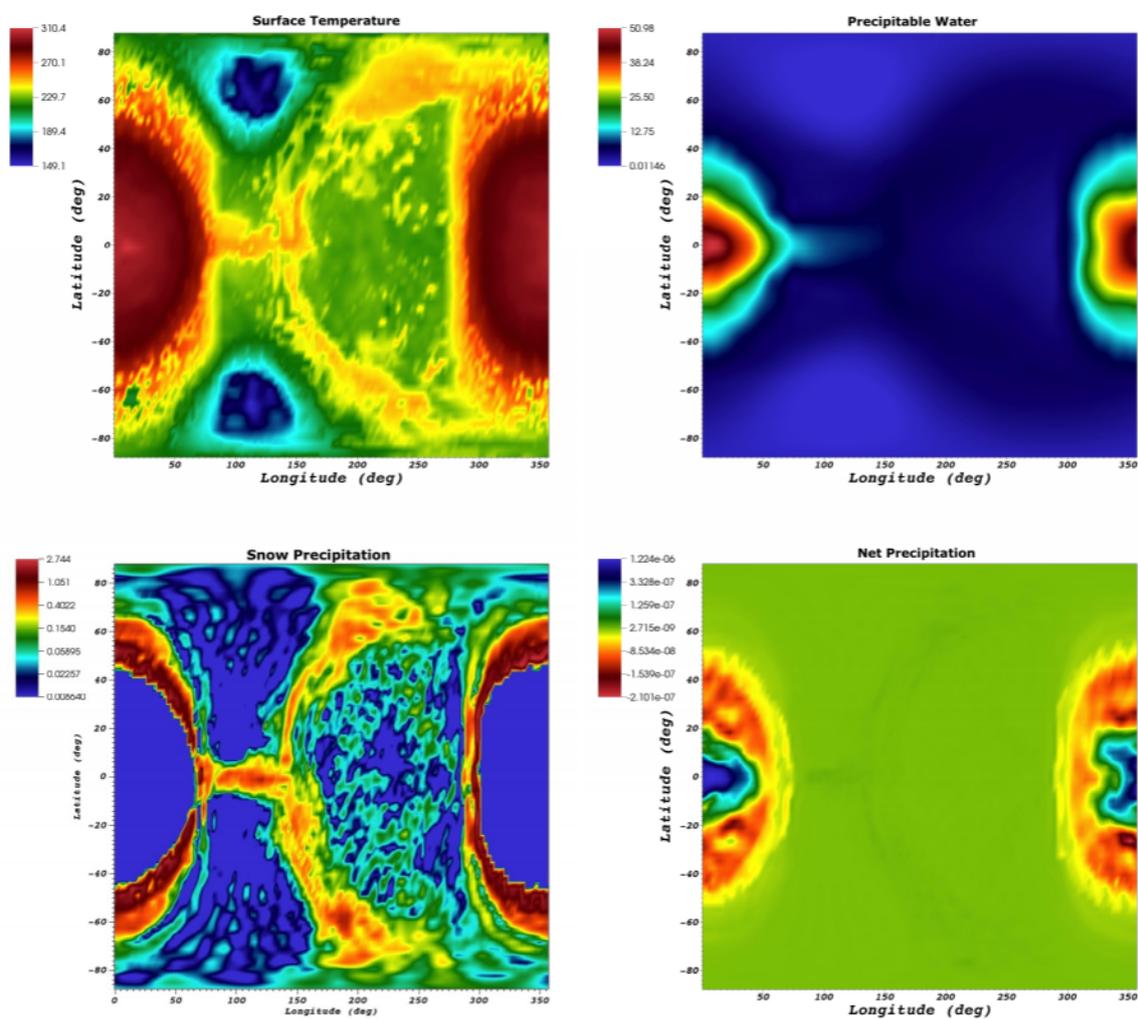


図 B.1 Menou(2013) の Fig.1. 本文中の図 2.4. 水惑星モデルの結果. 左上図は表面温度, 右上図は降水, 左下図は降雪, 右下図は正味の降水量を示している. いずれの図も縦軸は経度で横軸は緯度.

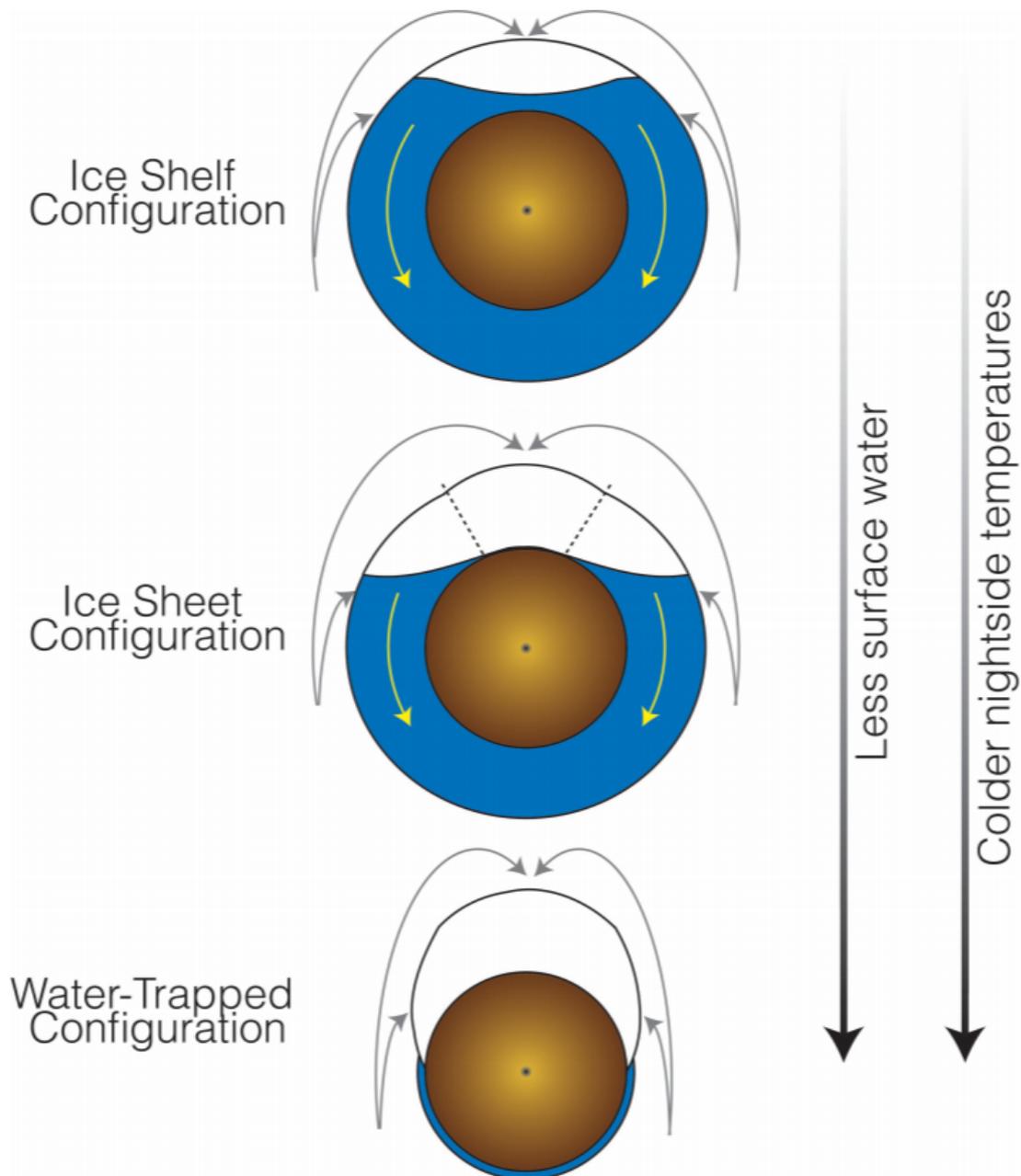


図 B.2 Menou(2013) の Fig.2. 本文中の図 2.2. 潮汐固定された惑星の表層水が取り得る 3 つの構造を示している。上部が夜半球で下部が昼半球。青色の層は海、白色の層は氷、灰色の矢印は降雪、黄色の矢印は夜半球から昼半球からの氷床の流れを示している。

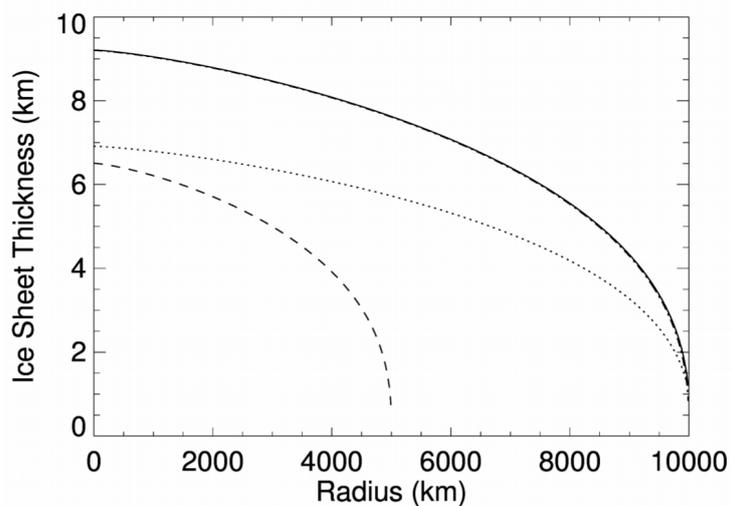


図 B.3 Menou(2013) の Fig.3. 本文中の図 2.3. 氷床流動上限の解を示している. 実線は氷床半径 10000 km, 降雪量  $0.1 \text{ mm day}^{-1}$ , 氷床外縁の厚さ 1 km の場合. 点破線は実線と似た結果を示しており, 氷床外縁の厚さが 500 m であること以外は同様. 点線は降雪量  $0.01 \text{ mm day}^{-1}$  である. 破線は氷床半径を 5000 km に設定してある.

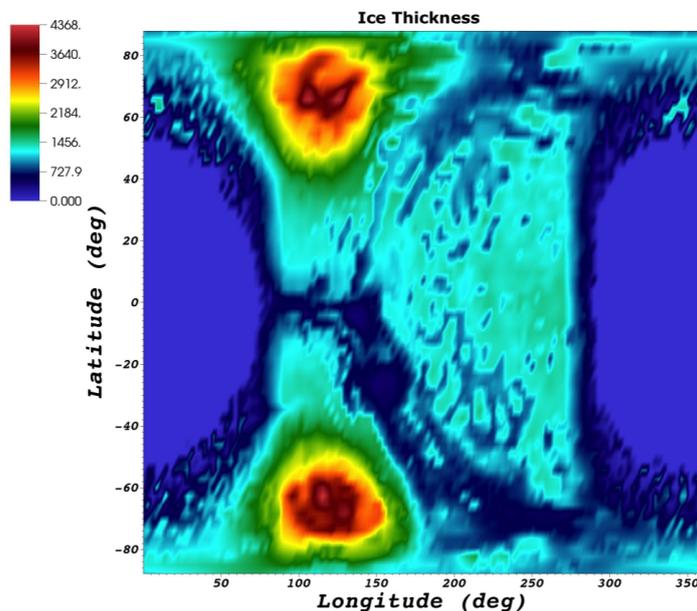


図 B.4 Menou(2013) の Fig.4. 本文中の図 2.4. 非融解上限によって求められた水惑星モデルの氷厚. 単位は m. 地殻熱流量は地球と同様の値. 夜半球の大部分が  $\sim 1 - 1.5 \text{ km}$  で最も寒い地域では  $\sim 4.3 \text{ km}$  である. 形成された氷床を全球にならすと 560 GEL となる.

## 付録 C:Menou(2013) 式 (5) の導出

熱伝導方程式を考えると,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)T = \frac{1}{c\rho} \nabla \cdot (\kappa \nabla T) \quad (\text{C.1})$$

となる. ( $T$  は温度,  $t$  は時間,  $v$  は移流速度,  $c$  は比熱,  $\rho$  は密度,  $\kappa$  は熱伝導率) ここで移流が無く, 定常状態であることを仮定すると,

$$\frac{1}{c\rho} \frac{d\kappa}{dz} \frac{dT}{dz} = 0 \quad (\text{C.2})$$

となる. また  $\kappa = A/T, d^2T/dz^2 = 0$  であるとして,  $z$  で積分すると,

$$\frac{1}{c\rho} \frac{A}{T} \frac{dT}{dz} = C_1 \quad (\text{C.3})$$

となる ( $C_1$  は積分定数). ここで, 氷床内の温度分布が  $(A/T)(dT/dZ) = -F$  で決まるとすると ( $F$  は地殻熱流量), 積分定数  $C_1$  は

$$C_1 = -\frac{F}{c\rho} \quad (\text{C.4})$$

となる.

さらに, これを  $z$  で積分して  $T$  の式にすると,

$$T = C_2 \exp \frac{-F}{A} z \quad (\text{C.5})$$

ここで, 氷床下端  $z = 0$  において氷の融点  $T = T_{melt}$  をとるとすると, 積分定数  $C_2$  は

$$C_2 = T_{melt} \quad (\text{C.6})$$

となる。さらに、氷床上端  $z = h$  において表面温度  $T = T_{surf}$  をとるとすると、

$$\frac{T_{surf}}{T_{melt}} = \exp \frac{-F}{A} h \quad (\text{C.7})$$

となり、 $h$  について整理すると

$$h = \frac{A}{F} \ln \frac{T_{melt}}{T_{surf}} \quad (\text{C.8})$$

となり、式 (5) が得られた。

---

## 参考文献

1. Menou,K(2013):Water Trapped World, *The Astrophysical Journal*, **774**,1  
DOI:10.1088/0004-637X/774/1/51
  2. 成田一輝 (2017) 同期回転ハビタブル惑星における氷の偏在化について, 北海道大学理学院 修士論文,37
  3. 新井総馬 (2019) M 型星ハビタブルゾーン内における氷床形成, 北海道大学理学院 修士論文,32
  4. Joshi, M (2003) : Climate Model Studies of Synchronously Rotating Planets, *Astrobiology* **3**,415-427 ,DOI:10.1089/153110703769016488
  5. Kasting,J.F.,Whitmire,D.O.,and Reynolds,R.T.(1993):Habitable zones around main sequence stars, *Icarus*. **101**,108-28. DOI: 10.1006/icar.1993.1010
  6. Fowler,A(2011):Mathematical Geoscience, 883
  7. 地球流体電脳倶楽部 (2018):DCPAM5 ドキュメント  
[https://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/dcpam5/dcpam5\\_latest/doc/index.htm.ja](https://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/dcpam5/dcpam5_latest/doc/index.htm.ja)
-