

木星型惑星の表面パターンと 大気循環モデル

竹広 真一 (京大数理研)

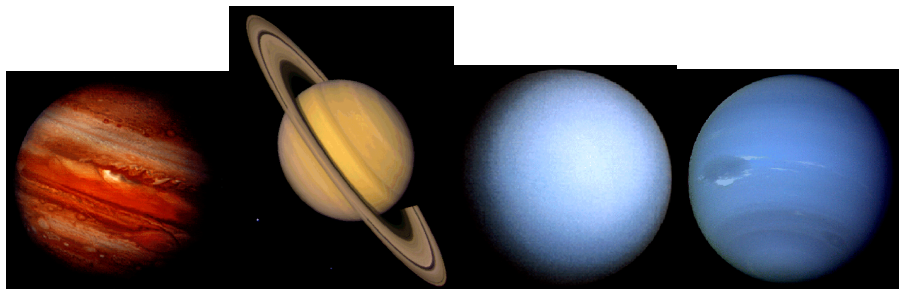
2014 年 1 月 6 日

系外惑星大気ワークショップ 2014 / 惑星大気研究会

with 佐々木 洋平 (京大), 高橋 芳幸 (神戸大),
石岡 圭一 (京大), 中島 健介 (九大理), 林 祥介 (神戸大)

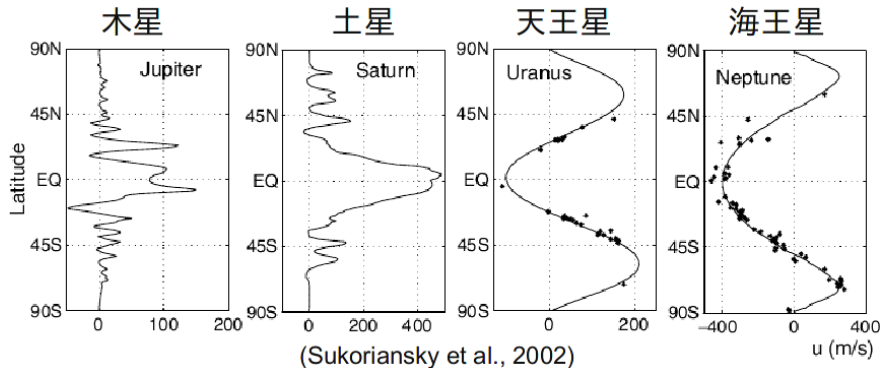
はじめに

ガス惑星・氷惑星



- 木星・土星：特徴的な縞状パターン
- 天王星・海王星：縞状パターンハッキリしない

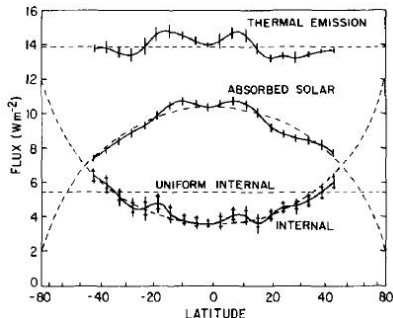
ガス惑星・氷惑星の帯状流分布



- 縞状パターンに対応して帯状流互い違いに存在
 - 木星・土星：中高緯度シマシマ，赤道超回転
 - 天王星・海王星：シマシマなし，赤道亜回転

大規模流のエネルギー源

- 入射太陽放射 < 外向き熱放射 (天王星以外)
⇒ 内部熱源の存在
- 大気運動のエネルギー源
 - 入射太陽放射
 - 内部熱源

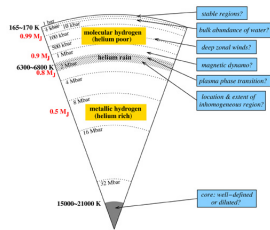


木星の放射エネルギー収支
(Pirraglia 1984)

浅いモデル vs 深いモデル

惑星表面のパターン・帯状流の起源?

- 表層の流体運動 (浅いモデル)
 - 内部熱源
⇒ 対流運動 ⇒ 渦を励起
(回転球面上の 2 次元乱流)
 - 入射太陽放射
(3 次元プリミティブモデル)
- 深部の対流運動 (深いモデル)
 - 内部熱源 ⇒ 深部対流
(回転球殻対流)



木星の内部構造の
模式図

(Guillot et al. 2004)

浅いモデルの歴史 (2次元順圧モデル)

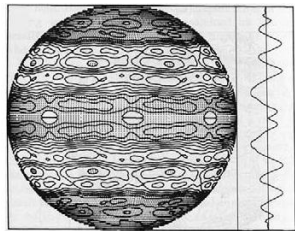
- 2次元順圧モデル

$$\frac{\partial}{\partial t}\zeta + J(\psi, \zeta) + 2\Omega\frac{\partial\psi}{\partial\lambda} = F_D + F_S, \quad \zeta = \nabla^2\psi.$$

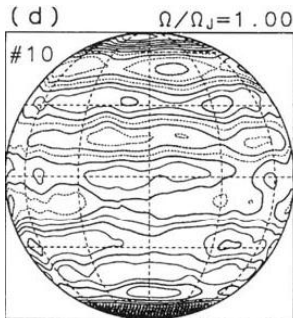
- 2次元浅水モデル

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{f} \times \mathbf{v} &= -g\nabla h + F_D + F_S, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}h) &= Q_D + Q_S.\end{aligned}$$

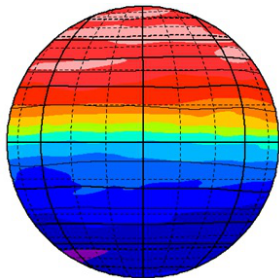
浅いモデルの歴史 (2次元モデル)



Williams (1978)

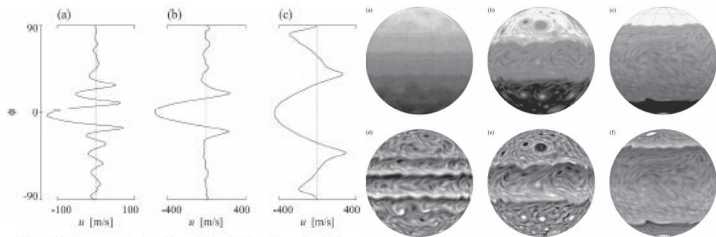


Nozawa and Yoden (1997)

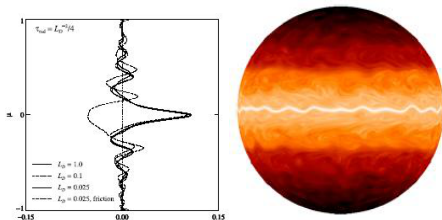


Obuse et al. (2009)

浅いモデルの歴史 (2次元浅水モデル)



Scott and Polvani (2007)



Scott and Polvani (2008)

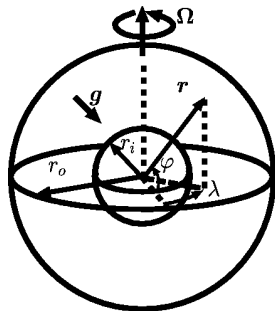
深いモデルの歴史

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

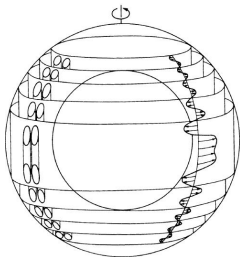
$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \alpha T \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{u},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \kappa \nabla^2 T.$$

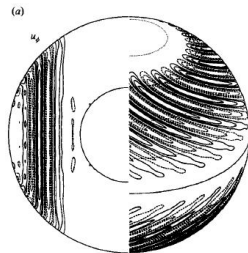
- 球殻領域
- ブシネスク流体



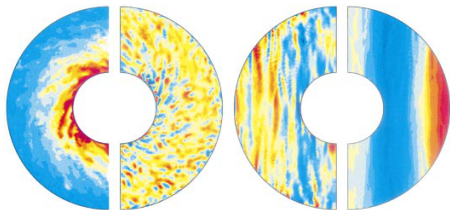
深いモデルの歴史



Busse (1983)



Zhang (1992)

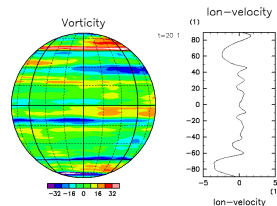


Chirstensen (2002)

浅いモデル vs 深いモデル

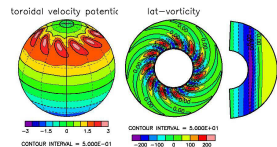
浅いモデル

- 中高緯度のしましまは作りやすい
- 赤道の帯状流の方向確率的
- 最近の対策：3次元計算



深いモデル

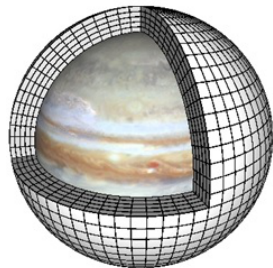
- 中高緯度のしましまが作れない
- 赤道加速流作りやすい
- 最近の対策：球殻を薄くする



浅いモデル

浅いモデル

- 惑星表層の薄い大気層内の運動を扱う (プリミティブ方程式系)
 - 理想気体
 - 動径方向に静水圧近似を仮定
 - コリオリ力の水平成分を無視



$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}}{dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{v} &= \nabla\Phi + \mathcal{D}, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial p} &= -\frac{1}{\rho}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{\partial\omega}{\partial p} = 0, \\ \frac{dT}{dt} - \frac{\kappa T}{p} \frac{dp}{dt} &= \mathcal{Q}, \quad \frac{dq}{dt} = \mathcal{S}.\end{aligned}$$

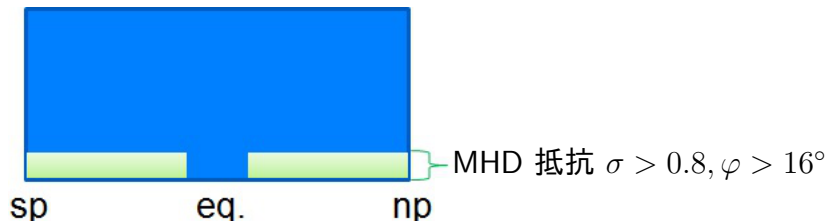
帯状流生成メカニズム (浅いモデル)

- 大気運動のエネルギー源：太陽放射と内部熱源
- 太陽放射によるハドレー循環：赤道減速傾向
- 赤道域での対流によるロスビー波の高緯度射出：
赤道加速傾向
- 中高緯度の縞々は傾圧不安定？ ⇒ 変形半径程度の
幅のシマシマ

木星大気シミュレーション

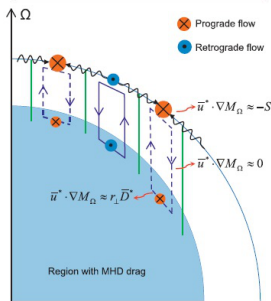
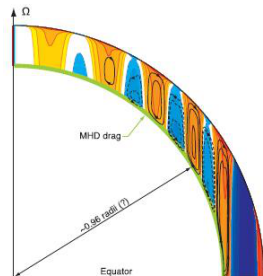
Schneider and Liu (2009) 実験設定

- 力学過程：プリミティブ方程式系
 - 解像度：T213L30, 640x320x30
 - 計算領域： $P_s = 3\text{bar}$
- 放射過程
 - 長波 1 バンド, 短波 1 バンド
 - 短波放射は $\cos(\text{緯度})$ 依存性のみ
- 下面から一様熱流
- MHD 抵抗 (レイリー摩擦) を中高緯度下層に導入



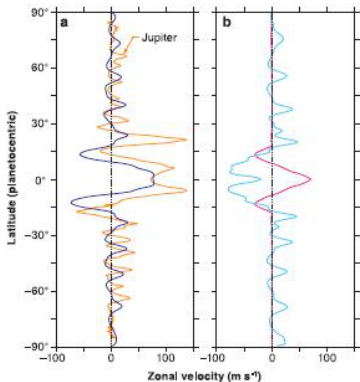
MHD 抵抗と底面摩擦

- 深くなると連続的に金属水素に変化. 深部ほど電気伝導度大.
- 流れが磁場を移流 \Rightarrow 電流を誘起 \Rightarrow オーム散逸 \Rightarrow 流れに対して抵抗として働く
- 深部では流れが自転軸方向に揃う \Rightarrow 低緯度では MHD 抵抗が働く領域と接触しない \Rightarrow 低緯度で下面の MHD 抵抗をなくす



木星大気シミュレーション

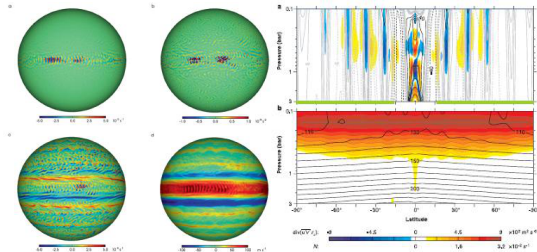
Schneider and Liu (2009)



平均帯状流 (0.65bar). 左: 木星実験
右 (青): 太陽放射のみ

右 (赤): 下面一様熱流のみ

水平発散 ロスビー波励起項 帯状流と角運動量輸送



鉛直渦度

帯状流

温度場と静的安定度

- 下面熱流：赤道加速
- 太陽放射：中高緯度縞々

ロスビー波励起メカニズム

- 鉛直 (小規模) 対流に伴う渦生成

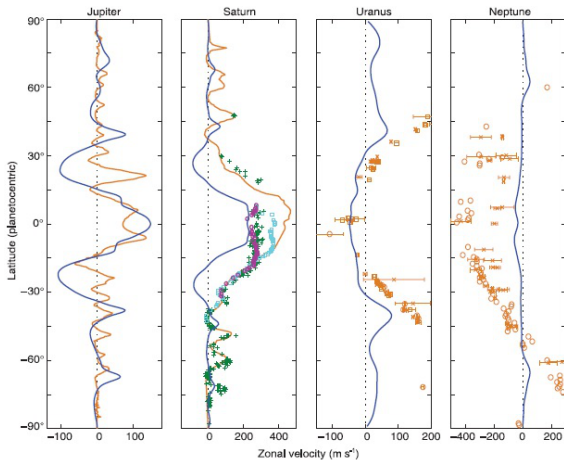
$$R = -\zeta_a(\nabla_h \cdot \mathbf{v}_\chi) - (\mathbf{v}_\chi \cdot \nabla_h)\zeta_a, \quad \nabla_h \cdot \mathbf{v}_\chi \sim \partial_p(Q/S).$$

ζ_a : 絶対渦度, \mathbf{v}_χ : 速度水平発散成分, Q, S : 非断熱加熱, 静的安定度

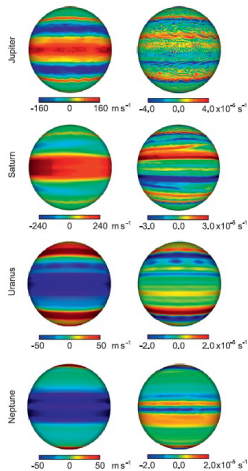
- 赤道域 : 水平発散成分大きい \Rightarrow 渦生成大
- 高緯度域 : 水平発散成分小さい \Rightarrow 渦生成小

巨大惑星大気シミュレーション

Liu and Schneider (2010)



帯状流

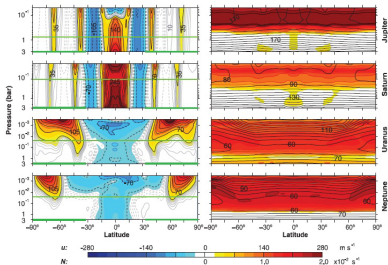


左:帯状流, 右:鉛直渦度

巨大惑星大気シミュレーション

Liu and Schneider (2010)

- 赤道流の向き：下面熱流の大きさが支配
 - 下面熱流大 \Rightarrow ロスビー波の赤道角運動量輸送 $>$ 傾圧渦による角運動量輸送 \Rightarrow 赤道加速 (木星・土星)
 - 下面熱流小 \Rightarrow ロスビー波の赤道角運動量輸送 $<$ 傾圧渦による角運動量輸送 \Rightarrow 赤道減速 (天王星・海王星)



温度場と静的安定度

巨大惑星大気シミュレーション (湿潤)

Lian and Showman (2010) 実験設定

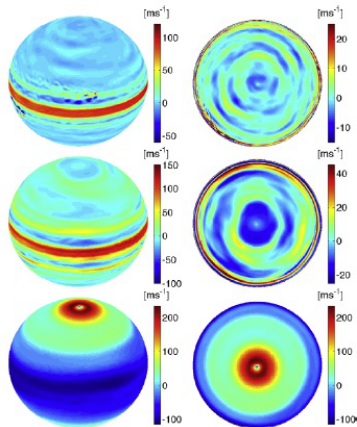
- 力学過程：プリミティブ方程式系
 - 解像度：
C128;512x256x35 (木星, 土星) C64;256x128x38 (海王星)
 - 計算領域：
 $P_s = 100\text{bar}$ (木星, 土星), $P_s = 500\text{bar}$ (海王星)
- 放射過程
 - ニュートン冷却
 - 基本場温度の緯度依存性なし
- 水輸送過程
 - 水の潜熱加熱の効果
 - 深部からの水蒸気供給を考慮. その量を太陽系存在比の 1,3,10,30 倍と変化させる

巨大惑星大気シミュレーション(湿潤)

Lian and Showman (2010)

● 結果

- 水の量がそこそこ：赤道加速 (木星・土星)
- 水の量が多い：赤道減速 (天王星・海王星)



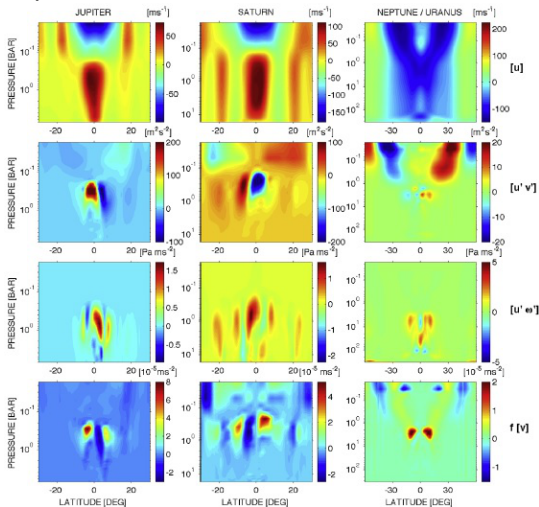
帯状流分布 (0.9bar).

上から木星・土星・天王星海王星シミュレーション

巨大惑星大気シミュレーション(湿潤)

Lian and Showman (2010)

- 運動量輸送診断
 - どの項も同程度に重要
 - $u'v'$ が木星・土星と海王星とで逆向き?

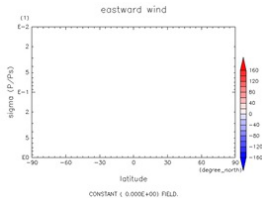


運動量輸送診断

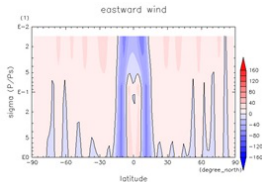
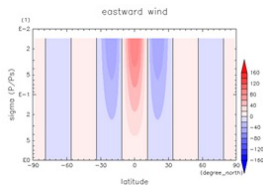
dcpam による SL09 追試

平均帯状流分布

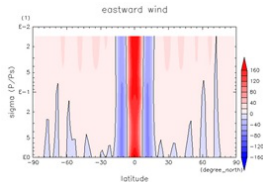
初期静止状態



初期スーパーローテーション



70000 日後

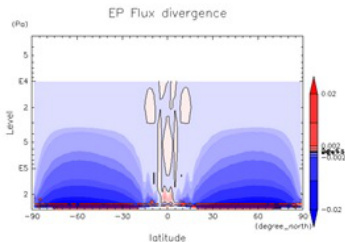


70000 日後

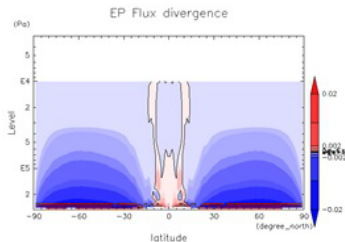
dcpam による SL09 追試

EP flux 発散 (65000–70000 日の平均)

初期静止状態



初期スーパーローテーション



- 赤道域で励起された波が (東向き) 角運動量輸送を高緯度に運んでいる

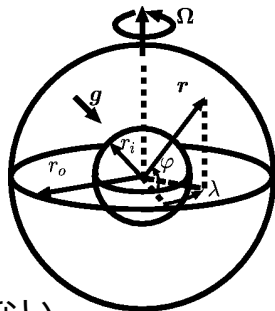
深いモデル

深いモデル～支配方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \alpha T \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{u},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \kappa \nabla^2 T.$$



- 球殻領域
- ブシネスク流体 (or 非弾性)
- 動径方向に静水圧近似を仮定しない
- コリオリ力の水平成分を無視しない

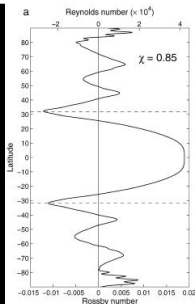
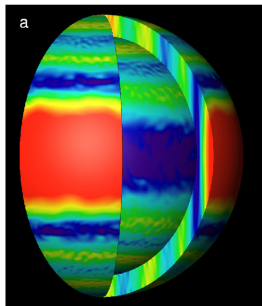
帯状流生成メカニズム (深いモデル)

- 大気運動のエネルギー源：内部熱源のみ
- 赤道域のテイラー柱型対流：赤道上層加速傾向
- 中高緯度の小規模対流による 2次元強制乱流：縞々構造
- 激しい対流による角運動量混合：赤道減速

木星・土星大気シミュレーション

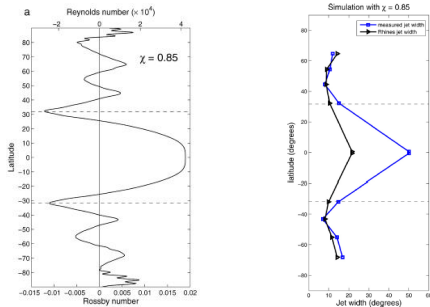
Heimpel and Aurnou (2007)

- 薄い球殻 (1/8 セクター, 192x768x65)
- ブシネスク流体モデル
- 超粘性を適用
- 高回転・高レイリー数 ($E_k = 3 \times 10^{-6}$, $Pr = 0.1$, $Ra^* = 0.05$)
- 赤道付近：赤道加速流
⇐ レイノルズ応力による角運動量輸送
- 中高緯度：縞状パターン
⇐ (地形性) β 面上の2次元乱流



ラインズスケールと縞状構造

- 高緯度：回転系の熱対流
 - ⇒ 2次元的な小スケールの渦生成
 - ⇒ 逆カスケード
 - ⇒ ラインズスケールで逆カスケード止まる

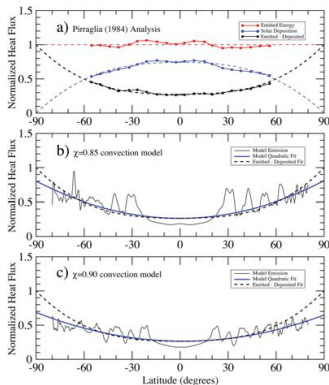
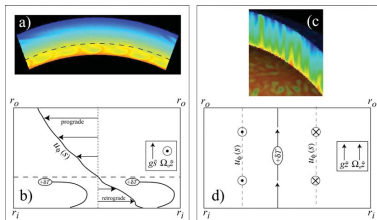


ラインズスケールとジェットの幅の比較
(Heimpel and Aurnou 2007)

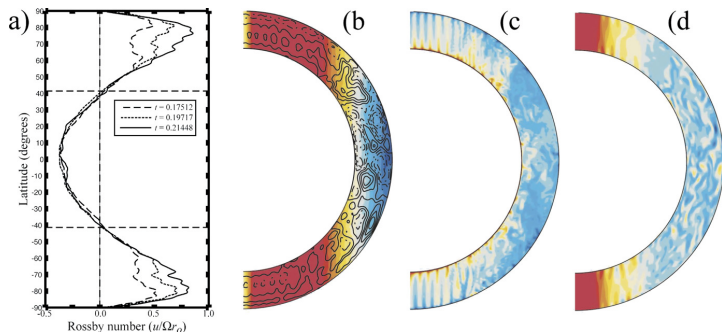
木星・土星大気～熱流分布

- Aurnou et al. (2008)

- 低緯度：帯状流でプルームがふきちぎられる
⇒ 熱フラックス小
- 高緯度：プルームがまっすぐ上昇できる
⇒ 熱フラックス大



海王星大気シミュレーション



表面帯状流

帯状流

温度

渦度回転軸方向成分

● Aurnou et al. (2007)

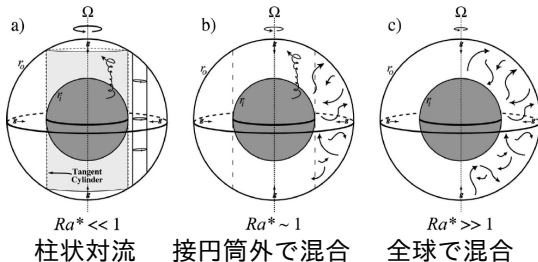
- より高レイリー数計算 (1/4 セクター領域), 超粘性 ($E_k = 3 \times 10^{-4}$, $Pr = 1$, $Ra^* = 0.09$, $288 \times 576 \times 81$ grids)
- 流れ場は回転軸方向に一様でない
- 角運動量の混合 \Rightarrow 赤道で回転と逆方向

角運動量混合の発生

- 浮力項/コリオリ項の大小で混合の様子が変わる (Aurnou et al. 2007; Gilman 1977)

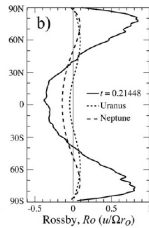
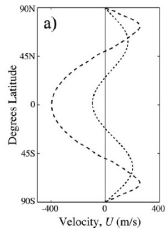
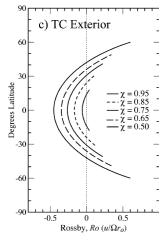
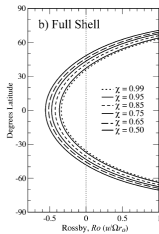
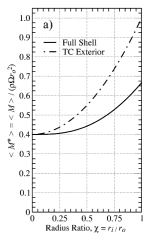
$$\frac{\text{浮力}}{\text{コリオリ力}} \sim \frac{\alpha g \Delta T}{\Omega U} \sim \frac{\alpha g \Delta T}{\Omega \sqrt{\alpha g \Delta T D}} \sim \sqrt{\frac{\alpha g \Delta T}{\Omega^2 D}}$$

$$= \sqrt{Ra^*}, \quad Ra^* \equiv \frac{\alpha g \Delta T}{\Omega^2 D} = \frac{Ra Ek^2}{Pr}$$



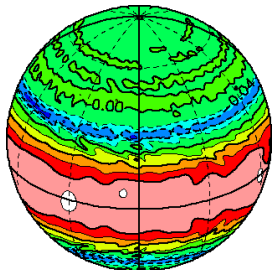
角運動量一様分布

- 全球殻で一様化 : $M_p = \Omega r_o^2 \frac{2}{5} \left(\frac{1 - \eta^5}{1 - \eta^3} \right)$
- 接円筒外側で一様化 $M_p = \Omega r_o^2 \left[1 - \frac{3}{5}(1 - \eta^2) \right]$

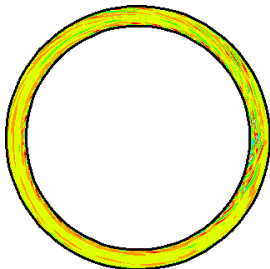


smodel 球殻対流計算

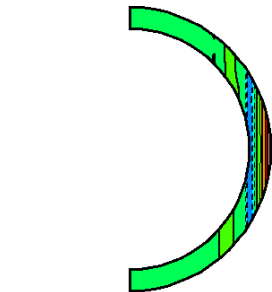
- Heimpel and Aurnou (2007) の全球版計算
- 3000 回転でのスナップショット
- まだ時間発展中...



外側境界帯状流



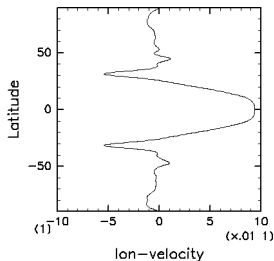
赤道面渦度軸成分



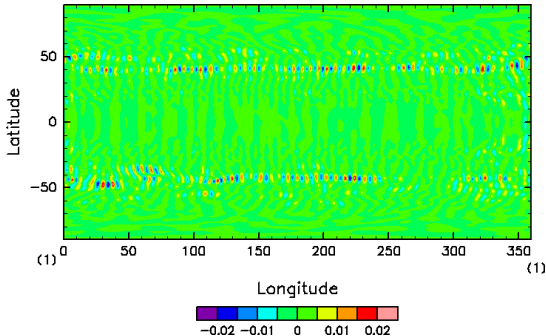
平均帯状流

smodel 球殻対流計算

- 縞状構造弱い
- 緯度 50 度付近の小ジェット
 - 小スケール対流によるロスビー波の射出?



外側境界平均帯状流



球殻中層速度動径成分

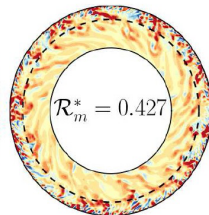
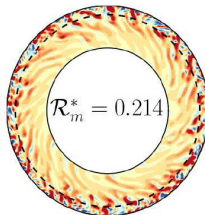
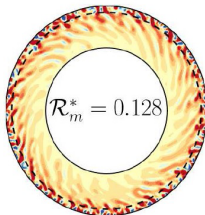
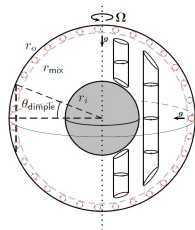
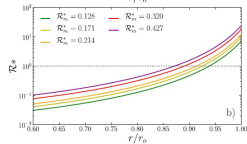
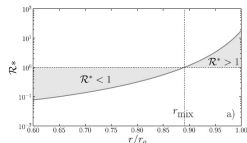
深いモデル～最近の動向

- ブシネスクから非弾性系へ
- ダイナモ作用との関係

非弾性モデル

Gastine et al (2013)

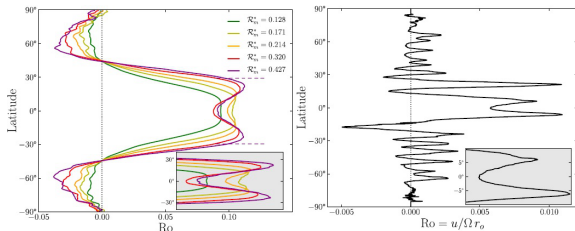
- 非弾性系でのパラメータ研究
 - 回転支配的レジーム
 - 角運動量混合レジーム
 - 遷移的レジーム
- 遷移的レジーム：2層構造
 - 外側：対流活潑, 角運動量混合
 - 内側：対流穏やか, カラム状対流



非弾性モデル

Gastine et al (2013)

- 木星の帯状流分布：赤道で凹み ← 遷移的レジーム?

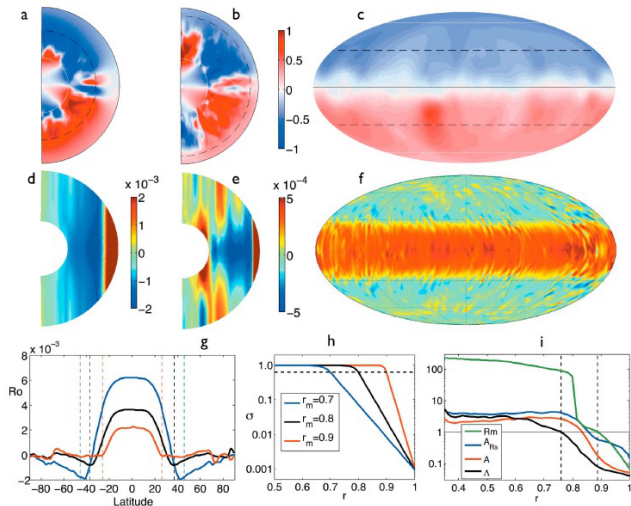


- パラメータと解像度

- $Ek = 10^{-3}, 3 \times 10^{-4}, Pr = 1, nindex = 2, N_\rho = 5$
- T256L161

ダイナモと帯状流

Heimpel and Gomez-Perez (2013)



ダイナモと帯状流

Heimpel and Gomez-Perez (2013)

- パラメーターと解像度

- $Ek = 10^{-5}$, $Pr = 1$, $Ra = 1.3 \times 10^8$, $Pm = 3$
- T200L65Li17

- 外側に電気伝導度小さい領域

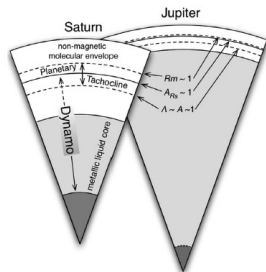
- MHD 抵抗を自然に計算

- 帯状流が貫入する深さ : Planetary tachocline

- 磁気拡散 \sim 誘導項 ($Rm \sim 1$)
- ローレンツカ \sim レイノルズ応力
- ローレンツカ \sim コリオリカ

- 木星と土星の赤道ジェットの違い

- 木星 : Planetary tachocline が浅い \Rightarrow 狭くて弱い
- 土星 : Planetary tachocline が深い \Rightarrow 広くて強い



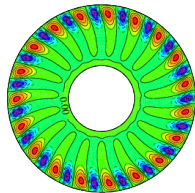
smodel 非弾性球殻対流計算

- 非弾性 MHD ダイナモベンチマーク (Jones et al, 2011) との比較

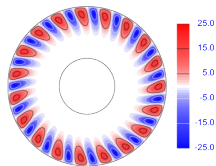
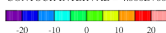
磁場無し球殻対流

$$N_\rho = 5, Ra \sim 1.5Ra_c, Pr = Pm = 1, \\ Ek = 10^{-3}, n = 2$$

Radial Velocity



CONTOUR INTERVAL = 4.000E+00

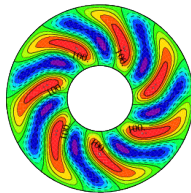


(Jones et al, 2011)

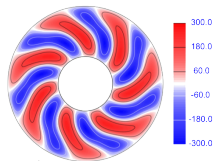
双極子磁場ダイナモ

$$N_\rho = 3, Ra \sim 0.98Ra_c, Pr = 1, Pm = 50, \\ Ek = 2 \times 10^{-3}, n = 2$$

Radial Velocity



CONTOUR INTERVAL = 5.000E+01

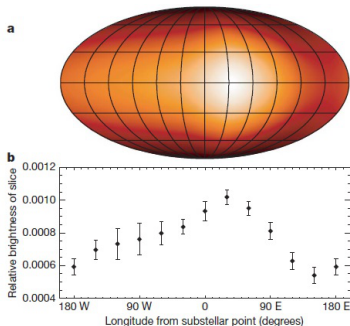


(Jones et al, 2011)

系外惑星

Hot Jupiter 大気メカニズム

- 同期回転している Hot Jupiter の大気運動：浅いモデルでの計算のみ
- 典型的な流れ：強い超回転流
 - 昼夜間の熱源応答問題 + レイノルズ応力による加速
 - 放射輝度の経度方向へのシフトを説明可能？

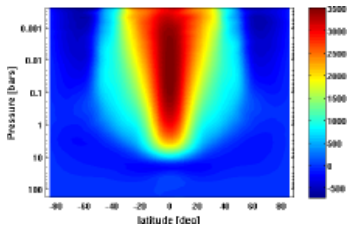


HD 189733b の放射輝度分布
(Knutson et al. 2007)

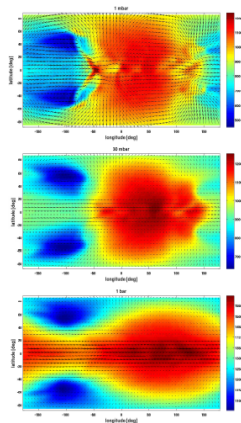
Hot Jupiter 大気計算

Showman et al. (2009)

- 力学過程：プリミティブ方程式系
 - 解像度：256x128x53
 - 計算領域： $P_s = 200\text{bar}$
- 放射過程：2方向近似, 30バンド波長帯



平均帯状流子午面分布



温度と水平流分布.

上から 1mbar, 30mbar,

1bar 面

Hot Jupiter 大気循環メカニズム

Showman and Polvani (2011)

- 浅水方程式系

+ レイリー摩擦/ニュートン冷却 + 運動量移流

- 大気を2層に分けて上層を表現
- 下層から上層へ質量流入 ($Q > 0$) \Rightarrow 下層の運動量 (0) が上層へ混ざる \Rightarrow but 上層の運動量 $h\mathbf{v}$ 保存 \Rightarrow 運動方程式に $-Q\mathbf{v}/h$ の項が入る

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{f} \times \mathbf{v} = -g\nabla h + \mathbf{R} - \frac{\mathbf{v}}{\tau_{drag}}$$

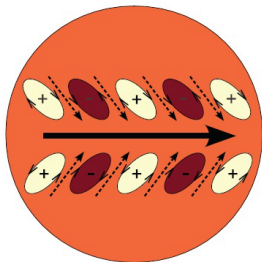
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}h) = -\frac{h - h_{eq}(\lambda, \varphi)}{\tau_{rad}} \equiv Q,$$

$$\mathbf{R} = \begin{cases} -Q\mathbf{v}/h, & Q > 0 \\ 0, & Q < 0 \end{cases}$$

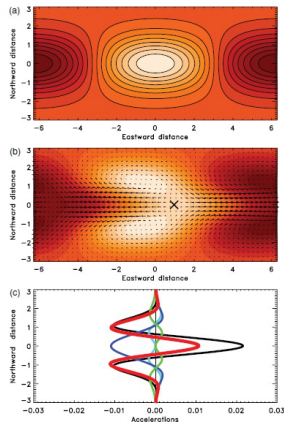
Hot Jupiter 大気循環メカニズム

Showman and Polvani (2011)

- 熱源応答パターン + 非線型効果 (レイノルズ応力) ⇒ 赤道への運動量輸送



赤道加速生成メカニズム模式図



上) 質量源分布 (h_{eq}), 中) 線形解析解

(水平風と高度場) 下) 平均流加速

まとめ

- 浅いモデル, 深いモデルともに縞状構造と赤道加速流を表現可能
 - 浅いモデル: 対流によるロスビー波射出と傾圧不安定
 - 深いモデル: 柱状対流による運動量輸送, 2次元 β 面乱流
- 力学的レジームの分類とパラメータ研究はまだこれから
- 実際の木星型惑星に対してどちらが適切なモデルかはわかっていない

やってみたいこと, 考えていること

- 浅いモデルと深いモデルを融合したモデル
 - 木星型惑星の表面パターンの成因
 - ホットジュピターの深部循環
- 深いモデルでダイナモを同時に解く
- 内部組成に関する面白そうな力学的問題は?
 - 特に系外惑星は流れパターンが見えないので...

参考文献 1

- Aurnou, J., Heimpel, M., Wicht, J., 2007: The effects of vigorous mixing in a convective model of zonal flow on the ice giants. *Icarus*, **190**, 110–126
- Aurnou, J., Heimpel, M., Allen, L., King, E., Wicht, J., 2008: Convective heat transfer and pattern of thermal emission on the gas giants. *Geophys. J. Int.*, **173**, 793–801
- Busse, F. H., 1983: A model of mean zonal flows in the major planets. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **23**, 153–174
- Christensen, U. R., 2002: Zonal flow driven by strongly supercritical convection in rotating spherical shells. *J. Fluid Mech.*, **470**, 115–133.
- Gastine, T., Wicht, J., Aurnou, J. M., 2013: Zonal flow regimes in rotating anelastic spherical shells: an application to giant planets. arXiv:1211.3246v2.
- Gilman, P. A., 1977 : Nonlinear dynamics of Boussinesq convection in a deep rotating spherical shell - I. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **8**, 93–135.
- Guillot, T., Stevenson, D. J., Hubbard, W. B., Saumon, D., 2004: The interior of Jupiter. in "Jupiter: The Planet, Satellites and Magnetosphere", edited by Bagenal, F., Dowling, T., McKinnon, W., Cambridge University Press.
- Heimpel, M., Aurnou, J., 2007: Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn. *Icarus*, **187**, 540–557.
- Heimpel, M., Gómez-Pérez, N., 2013: On the relationship between zonal jets and dynamo action in giant planets. *Geophys. Res. Lett.*, **38**, L14201.
- Jones, C. A., Boronski, P., Brun, A. S., Glatzmaier, G. A., Gastine, T., Miesch, M. S., Wicht, J., 2011 : Anelastic convection-driven dynamo benchmarks. *Icarus*, **216**, 120–135.

参考文献 2

- Knutson, H. A., Charbonneau, D., Allen, L. E., Fortney, J. J., Agol, E., Cowan, N. B., Showman, A. P., Cooper C. S., Megeath, S. T., 2007 : A map of the day-night contrast of the extrasolar planet HD 189733b. *Nature*, **447**, 183–186.
- Lian, Y., Showman, A. P., 2010: Generation of equatorial jets by large-scale latent heating on the giant planets. *Icarus*, **207**, 373–393.
- Liu, J., Schneider, T., 2010: Mechanisms of jet formation on the giant planets. *J. Atmos. Sci.*, **67**, 3652–3672.
- Nozawa, T., Yoden, S. 1997: Formation of zonal band structure in forced two-dimensional turbulence on a rotating sphere. *Phys. Fluids*, **9**, 2081–2093.
- Obuse, K., Takehiro, S., Yamada, M., 2010: Long-time asymptotic states of forced two-dimensional barotropic incompressible flows on a rotating sphere. *Phys. Fluids*, **22**, 056601
- Pirraglia, J. A., 1984: Meridional energy balance of Jupiter. *Icarus*, **59**, 169–76.
- Schneider, T., Liu, J., 2009: Formation of Jets and Equatorial Superrotation on Jupiter. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 579–601
- Scott, R. K., Polvani, L. M., 2007: Forced-dissipative shallow-water turbulence on the sphere and the atmospheric circulation of the giant planets. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 3158–3176
- Scott, R. K., Polvani, L. M., 2008: Equatorial superrotation in shallow water atmospheres. *Geophys. Res. Lett.*, **35**, L24202

参考文献 3

- Showman, A. P., Fortney, J. J., Lian, Y., Marley, M. S., Freedman, R. S., Knutson, H. A., Charbonneau, D., 2009: Atmospheric circulation of hot Jupiters: coupled radiative-dynamical general circulation model simulations of HD 189733b and HD 209458b. *Astrophys. J.*, **699**, 564–584.
- Showman, A. P., Polvani L. M. , 2011: Equatorial superrotation on tidally locked exoplanets. *Astrophys. J.*, **738**, 71 (24pp).
- Sukoriansky, S., Galperin, B., Dikovskaya, N., 2002: Universal spectrum of two-dimensional turbulence on a rotating sphere and some basic features of atmospheric circulation on giant planets. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 124501.
- Williams, G. P., 1978: Planetary circulations: I. Barotropic representation of Jovian and terrestrial turbulence. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1399–1435.
- Zhang, K., 1992: Spiralling columnar convection in rapidly rotating spherical fluid shells. *J. Fluid Mech.*, **236**, 535–556.
- 高橋 芳幸, 竹広 真一, 石渡 正樹, 納多 哲史, 小高 正嗣, 堀之内 武, 森川 靖大, 林 祥介, DCPAM 開発グループ, 2011: 惑星大気モデル DCPAM, <http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/>, 地球流体電脳倶楽部.
- 竹広 真一, 佐々木 洋平, 森川 靖大, 石岡 圭一, 小高 正嗣, 高橋 芳幸, 西澤 誠也, 中島 健介, 石渡 正樹, 林 祥介, spmodel 開発グループ, 2011: 階層的地球流体力学スペクトルモデル集 (SPMODEL), <http://www.gfd-dennou.org/library/spmodel/>, 地球流体電脳倶楽部.